SÉRIE VIII. — TOME VI. N° 9. SEPTEMBRE 1945.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE
ET
LE RADIUM

LES GRANDES GERBES DE L'AIR

Par P. AUGER et J. DAUDIN.
Laboratoire de physique de l'École Normale Supérieure.

Sommaire. — On propose de traiter les grandes gerbes de l'atmosphère comme des chocs d'Hoffmann intéressant toute l'aire contrôlée par les compteurs et de mettre en évidence la loi de fréquence des gerbes d'après le nombre de leurs trajectoires. En supposant l'indépendance relative des trajectoires les unes par rapport aux autres, il est possible de calculer, avec une précision convenable, tous les résultats expérimentaux obtenus tant avec des montages variés de compteurs qu'avec une chambre de Wilson. Comme les chocs d'Hoffmann et d'accord avec certaines considérations théoriques, les gerbes de l'air enregistrées sur une aire de 10 m² suivent une loi de fréquence qui a la forme d'une fonction de puissance. L'exposant de cette loi de puissance décroît lentement lorsqu'on s'élève dans l'atmosphère comme celui des chocs d'Hoffmann, mais est légèrement différent. Les conséquences sont :

a. que le rayonnement de grandes gerbes peut jouer dans le rayonnement total un rôle notable;

b. que les condensations locales (quoique existantes) ne jouent pas de rôle décisif. Dans un travail ultérieur, on montrera comment cette méthode permet d'analyser le rayonnement pénétrant et de grande énergie.

1. **Introduction**. — Les grandes gerbes de l'air sont actuellement dans toute la Physique corpusculaire le phénomène qui implique les plus grandes énergies. C'est ce qui fait leur intérêt particulier. Malheureusement, l'interprétation des divers résultats expérimentaux est particulièrement pénible et aléatoire. Les grandes gerbes sont d'énergie très variable, d'inclinaison très variable et les appareils peuvent être situés dans des zones très variables de la gerbe. Lorsqu'on veut reconstruire les résultats expérimentaux à partir de la théorie des cascades, on doit, comme l'ont fait Hilberry et Rossi, exécuter trois intégrations compliquées.

Or, rien ne prouve que le point de départ des calculs, c'est-à-dire la théorie de Bethe-Heitler, soit bien valable jusqu'aux énergies énormes des particules primaires. Et si, en fin de compte, on trouve un accord passable entre le calcul et l'expérience, il est difficile d'en conclure à la validité du schéma des cascades photoélectriques. Il est difficile de prouver que des processus de cascades différents ne produiraient pas les mêmes effets.

En fait, depuis le travail initial d'Auger et Maze, on sait que l'absorption dans le plomb des trajectoires de grandes gerbes est trop faible. Rossi et Hilberry ont trouvé un pouvoir pénétrant trop fort dans l'atmosphère. Enfin, certaines gerbes ne sont sûrement pas du type Bethe-Heitler mais du type nucléaire; en outre, il existe des particules pénétrantes dans les grandes gerbes observées aux compteurs par Auger et à la chambre de Wilson par Daudin.

2. **Loi de fréquence des gerbes de l'air**. — Il paraît donc inutile de chercher à interpréter totalement les grandes gerbes à partir de la théorie actuelle des cascades. Pourtant, il est nécessaire de pouvoir coordonner les résultats expérimentaux d'une manière quelconque.

La première tentative (Auger et collaborateurs) [1], s'est appuyée sur la notion de densité moyenne des trajectoires, définie par le rapport des coïncidences triples aux coïncidences doubles. Ces auteurs ont

[1] *Voir* AUGER, MAZE, EHRENFEST et FRÉON, *J. de Physique*, 1939, **10**, p. 39.

supposé que les grandes gerbes différaient assez peu d'un type moyen dont les trajectoires seraient réparties au hasard suivant la loi de Poisson autour d'une densité moyenne. Cette notion utile pour débrouiller les premiers résultats, s'est révélée insuffisante. La théorie et l'expérience ont montré très vite que les gerbes sont réparties dans un domaine de densité immense. Les compteurs comptent toutes les gerbes très denses, mais deviennent rapidement insensibles aux gerbes peu denses. Tout système de compteurs est sensible à une bande de densités dont l'extension vers les faibles valeurs dépend de la surface et du nombre des compteurs. La notion de densité moyenne est donc dénuée de tout sens objectif puisqu'elle varie avec les conditions expérimentales ([2]).

Il faut donc distinguer soigneusement entre les gerbes de l'air tombant sur la zone d'observation et les gerbes effectivement enregistrées par les compteurs. Les gerbes qui tombent sur la zone d'observation doivent se répartir suivant une loi de fréquence. On sait que les chocs d'Hoffmann d'amplitude supérieure à S se produisent avec une fréquence proportionnelle à S^{-p}, p étant un exposant numérique. On peut penser que les gerbes de l'air présentant dans la zone d'observation une densité moyenne de trajectoires supérieure à S (S trajectoires par unité de surface) varient en nombre comme $S^{-\gamma}$, γ étant un exposant numérique.

En simplifiant quelque peu la théorie des cascades, on aboutit au même résultat. Il suffit de supposer pour cela :

a. que les rayons primaires d'énergie supérieure à E varient en nombre comme $E^{-\alpha}$;

b. que le nombre N des trajectoires secondaires après la traversée d'une épaisseur donnée t de matière varie comme $N(t)\,E^{\beta}$ où E est l'énergie primaire et β un exposant numérique. Cette simplification est acceptable pour un domaine d'épaisseur variant de 1 à 2 unités de radiation et un domaine d'énergies variant de 1 à 100 (pour les énergies électroniques primaires de l'ordre de 10^{13} eV);

c. que la densité locale des trajectoires varie avec la distance r au centre de la gerbe comme $N.f(r)$, c'est-à-dire que la structure géométrique de la gerbe est pratiquement indépendante du nombre N de trajectoires, ce qui n'est vraiment inexact que pour les rares trajectoires de grande énergie.

Dans ces conditions assez raisonnables, on montre que les variables se séparent dans les intégrations et que la fréquence des gerbes de densité supérieure à δ dans le domaine d'observation est de la forme

$$N(\delta) = N_0 \delta^{-\gamma} \qquad (1)$$

où γ a la valeur $\frac{\alpha+\beta-1}{\beta}$.

([2]) *Voir* Daudin, *C. R. Acad. Sc.*, 1943, **216**, p. 483.

Cette loi est bien de la même forme que celle qui régit les chocs d'Hoffmann.

Si elle se vérifie par l'expérience, elle ne prouve pas la validité universelle des processus Bethe-Heitler, mais simplement la validité de la formule de multiplication $N(t).E^{\beta}$.

3. **Les fluctuations locales.** — Disposons des compteurs sur l'aire étudiée. Avec quelle fréquence les gerbes vont-elles actionner ces compteurs ? La densité moyenne des trajectoires d'une gerbe sur l'aire E étant δ, quelle est la probabilité pour que le compteur de surface S soit actionné ?

Le seul cas simple est celui de Poisson : celui où les trajectoires sont distribués au hasard. Fort heureusement la théorie de la diffusion élastique simultanément développée par de nombreux auteurs, montre que la diffusion moyenne est de l'ordre de 100 m et est purement individuelle; à l'échelle des distances de quelques mètres, les trajectoires sont donc pratiquement indépendantes les unes des autres.

Certes, les gerbes secondaires tendent à créer une association, un groupement de trajectoires en paquets et donc des fluctuations plus fortes que celles de Poisson. Ces condensations locales avaient, tout d'abord, semblé pouvoir rendre compte des clichés Wilson très fournis. Mais la diffusion élastique est bien trop forte pour leur permettre d'avoir une existence durable. De plus, l'expérience ne confirme pas l'existence de paquets aussi serrés. Un groupe de deux compteurs, rapprochés à 10 cm l'un de l'autre (un troisième étant à quelques mètres) devrait être un sélecteur de telles condensations étroites. En fait, lorsqu'on déplace ce groupe par rapport à une chambre de Wilson, on n'observe aucune variation significative du nombre moyen de trajectoires par cliché ni du nombre de clichés très fournis. Aussi faut-il abandonner les tentatives anciennes, cherchant à rendre compte des phénomènes au moyen de telles condensations de faible étendue ([3]).

Il ne s'ensuit pas que la répartition des trajectoires soit rigoureusement une répartition de Poisson, mais elle doit s'en éloigner peu en général. Pour les gerbes extrêmement fournies, les fluctuations sont sans importance puisque les compteurs sont actionnés de toute façon. Elles ne font alors que perturber faiblement la loi de fréquence.

Dans ces conditions, la probabilité pour que ν trajectoires frappent le compteur de surface S est

$$P_{\nu}(S, \delta) = \frac{e^{-S\delta}(S\delta)^{\nu}}{\nu!}, \qquad (2)$$

la probabilité pour que le compteur soit touché

([3]) *Voir* Daudin, Thèses de doctorat, Paris, 1942, p. 42. *Ann. de Physique*, 1943. — Clay, *Physica*, IX, 1943, p. 897.

est, comme l'avait admis Auger,

$$p(\delta) = 1 - e^{-s\delta}.$$

4. Variation du nombre de coïncidences avec la surface et le nombre des compteurs. — La

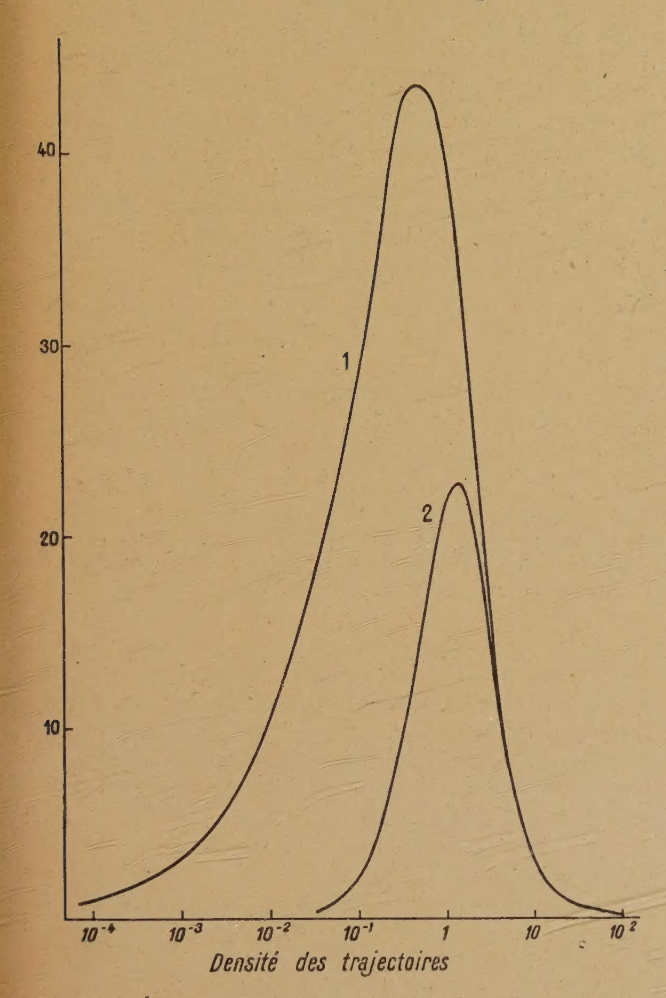


Fig. 1. — Calcul graphique de la fréquence des coïncidences doubles et triples ($s_3 = 0{,}8$).

Les abscisses sont les logarithmes népériens de la densité des trajectoires (nombre moyen par compteurs),

$$\varphi = L(\delta).$$

Les ordonnées sont, à un facteur arbitraire près,

$$\Phi_2(\varphi) = \delta^{-\gamma}(1 - e^{-s\delta})^2 \quad \text{(doubles) } s = 1,$$
$$\Phi_3(\varphi) = \delta^{-\gamma}(1 - e^{-s\delta})^2 (1 - e^{-s_3\delta}) \quad \text{(triples) } s = 1.$$

Ces fonctions sont telles que $\Phi_n(\varphi).d\varphi$ mesure le nombre de gerbes enregistrées en coïncidences $n^{\text{ièmes}}$, de densité comprise entre e^{φ} et $e^{\varphi+d\varphi}$. Les aires sous-tendues par les courbes (1) (coïncidences doubles) et (2) (coïncidences triples), mesurent, à un facteur arbitraire constant près, la fréquence des coïncidences doubles et triples.

fréquence des coïncidences enregistrées entre n compteurs identiques de surface S est donc l'intégrale dont l'élément différentiel est le produit de la fréquence différentielle des gerbes de densité δ par la probabilité d'enregistrement

$$P_n(S) = N_0 \int_0^{\infty} \delta^{-1-\gamma}(1 - e^{-S\delta})^n \, d\delta. \qquad (3)$$

Cette formule fondamentale donne immédiatement la variation des coïncidences avec la surface des compteurs. Prenons n compteurs de surface λS

$$P_n(\lambda S) = N_0 \lambda^{\gamma} \int_0^{\infty} (\lambda\delta)^{-1-\gamma}(1 - e^{-\lambda S\delta})^n \, d(\lambda\delta)$$
$$= \lambda^{\delta} P_n(S). \qquad (4)$$

Le nombre des coïncidences varie donc comme la puissance γ de la surface des compteurs.

Cette variation est *indépendante du montage*. Le rapport des coïncidences triples aux coïncidences doubles ne dépend que de la surface relative des compteurs et non de la densité moyenne des trajectoires.

Les fonctions $P_n(S)$ peuvent être calculées graphiquement. La fonction intégrante est représentée par les courbes 1 et 2 sur la figure 1 pour les coïncidences doubles et triples. On voit que le troisième compteur n'arrête pas les gerbes denses, mais il arrête un grand nombre de gerbes peu denses qui avaient, par hasard, touché les deux premiers.

Il est possible par une méthode simple due à Schatzmann d'intégrer les $P_n(S)$. Il suffit de développer les produits, de séparer les diverses intégrales et de les intégrer à partir d'une limite inférieure infiniment petite.

Les deux compteurs de base ayant, dans nos expériences, la même surface, on prend cette surface pour unité et les surfaces des troisième et quatrième compteurs sont mesurées dans cette unité (s_3, s_4).

On met en évidence les fonctions $F^{\alpha}_{(u)}$ définies comme suit :

$$F^{\alpha}_{(u)} = u^{\alpha} - 2(u+1)^{\alpha} + (u+2)^{\alpha}, \qquad (5)$$

$$\left.\begin{aligned} P_2 = k F^{\gamma}_{(0)}, \qquad P_3 = P_2 - k F^{\gamma}_{(s_3)}, \qquad \ldots, \\ P_4 = P_3 - k F^{\gamma}_{(s_4)} + k F^{\gamma}_{(s_3+s_4)}, \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

$$k = \frac{(1-\gamma)!}{\gamma(\gamma-1)}.$$

5. Réserves préliminaires. — La loi de fréquence et les formules ci-dessus ont une portée limitée et ne sauraient avoir de valeur physique générale :

1° Si la loi des fluctuations locales s'écartait trop d'une loi de Poisson aux densités faibles et moyennes, tous nos calculs seraient faussés. En particulier, lorsqu'on écarte les compteurs de plus en plus, le nombre de coïncidences diminue parce que la distance des compteurs n'est négligeable par rapport aux dimensions de la gerbe qu'en première approximation. De cette variation nos calculs sont incapables de rendre compte.

2° Aucune loi de puissance ne saurait avoir de

validité absolue, car toutes les intégrales $\int \delta^{-\gamma} d\delta$ sont infinies quel que soit γ.

L'exposant γ n'est donc pas une véritable constante et doit forcément diminuer vers les très faibles densités. Cependant, si cette variation est très lente et si dans le domaine des densités enregistrées par les compteurs elle peut être considérée comme faible, la loi en $\delta^{-\gamma}$ gardera la valeur d'une loi locale, empirique mais exacte.

La figure représentant les courbes $P_n(S)$ montre, par exemple, que pour $\gamma = 2{,}5$ le domaine de densités intéressé par les coïncidences doubles ne s'étend guère au-dessous de 1 trajectoire pour 100 compteurs. La bande intéressée par les coïncidences triples et quadruples est encore plus étroite. Pour des γ trop voisins de 3, la bande intéressée par les coïncidences doubles s'étend très loin et la valeur de γ ne saurait plus être considérée comme constante.

En fait, on a une indication assez favorable pour l'altitude de 2 000 m à laquelle ces expériences ont été faites. On peut avoir une idée de la valeur de γ pour les très fortes densités, au moyen de la statistique des clichés fournis (4). En fait, il semble que la valeur de γ valable pour les fortes densités soit la même que celle qui est déterminée indirectement au moyen du rapport des coïncidences triples aux doubles. Cette dernière valeur de γ se rapporte surtout aux densités faibles et moyennes. On peut estimer que γ ne varie pas autour de sa valeur moyenne de plus de 0,2 dans le domaine des densités intéressant nos expériences. Cela suffit pour permettre des calculs grossiers.

Ces réserves faites, l'objectif de notre travail est de déterminer une loi de fréquence approchée, valable dans certaines conditions expérimentales, qui n'aura pas plus de portée générale que la loi de fréquence des chocs d'Hoffmann, mais permettra de débrouiller de nombreux résultats expérimentaux.

6. **Disposition des expériences.** — Les expériences préliminaires avaient été faites à Paris. Elles avaient conduit à une interprétation erronée qui est exposée dans un travail ancien. En 1942, à l'Argentière (1000 m), au laboratoire de M. Leprince-Ringuet, de nouvelles expériences avaient conduit à la théorie exposée ci-dessus. En 1943, au col du Lautaret (2060 m), au cours d'une mission organisée par M. Leprince-Ringuet, des expériences plus étendues ont été faites pour vérifier cette théorie.

Ces expériences ont été faites simultanément avec les compteurs de Geiger et Muller et avec la chambre de Wilson.

Comme les premières expériences d'Auger et de ses collaborateurs, elles ont visé à comparer systématiquement les coïncidences doubles, triples et quadruples sur une base d'environ 3 m. On a enregistré simultanément les triples et les doubles, les quadruples et les triples. C'est, en somme, la méthode des anticoïncidences.

Il a suffi pour cela de brancher deux ou trois compteurs en coïncidences sur un premier sélecteur Maze, de prélever une partie du choc résultant entre la plaque de la mélangeuse et la grille du tyratron (au moyen d'une capacité de 10 cm) et d'actionner ainsi un étage d'un deuxième sélecteur Maze sur lequel était également branché le troisième ou le quatrième compteur. Le premier sélecteur comptait les coïncidences doubles ou triples, le deuxième les coïncidences triples ou quadruples.

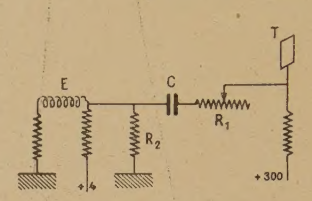


Fig. 2. — Circuit déclenchant la détente.
E, électro de commande Wilson; R_2, résistance 0,5 Ω; C, capacité 0,25 μF; R_1, résistance variable 2000 ω; T, tyraton du sélecteur.

La chambre fonctionnait à chaque coïncidence sur le premier sélecteur. Une petite lampe à néon, placée devant la chambre s'allumait lorsque le deuxième sélecteur était actionné en même temps. Il est évident que ceci raccourcit de moitié la durée des expériences et fournit en même temps une statistique directe des clichés doubles non triples et des triples non quadruples.

Le système de commande est représenté sur la figure 2. L'impulsion négative sur la plaque du tyratron est transmise par l'intermédiaire d'une capacité de 0,25 μf et d'une résistance variable de 1 000 Ω environ au pôle positif de l'électro de commande. Durant le faible temps propre de ce circuit (environ 2/1000e se seconde), l'armature de l'électro a le temps de décoller. Ceci permet de fatiguer peu le tyratron (un simple tyratron à argon T 100) et de lui faire en même temps actionner le numérateur.

Ainsi, durant le même temps, on enregistrait la fréquence des coïncidences doubles, celle des coïncidences triples et l'on prenait des clichés commandés par les coïncidences doubles dont on savait, à la lecture, s'ils étaient dus à des gerbes actionnant aussi le troisième compteur. De même, pour les triples et les quadruples.

Cet appareillage exigeait de nombreuses vérifications qui ont été faites en cours d'expérience à plusieurs reprises. Par exemple, on a vérifié le rendement du deuxième sélecteur, le bon fonction-

(4) Voir DAUDIN, *C. R. Acad. Sc.*, 1944 (sous presse) présentée en mai 1944.

nement du premier numérateur, le déclenchement régulier de la détente à chaque coïncidence, enfin l'absence d'induction parasite de la part des circuits électriques manœuvrant la chambre de Wilson. Quelques films ont dû être partiellement écartés par suite d'un déclenchement parasite du deuxième sélecteur. Autrement, les vérifications ont toujours donné de bons résultats. Dans la première série d'expériences faites avec les compteurs nus, les résultats numériques ne sont pas absolument cohérents entre eux, cependant les désaccords restent à la limite des erreurs probables. Dans la deuxième série d'expériences où l'on enregistrait les coïncidences entre compteurs protégés par du plomb, expériences beaucoup plus délicates, car les coïncidences étaient très rares, la cohérence des résultats est parfaite et souligne le fonctionnement régulier de tout l'appareillage. La première série d'expériences a duré 1 mois, la chambre de Wilson ne fonctionnant que le jour. La deuxième série a duré trois semaines la chambre fonctionnant jour et nuit (sans surveillance). Dans ces trois semaines, la chambre de Wilson a été en état de marche effective et correcte pendant 71 pour 100 du temps.

7. **Valeur de γ.** — Les fréquences des coïncidences doubles et triples ont été déterminées par différents membres du groupe de collaborateurs d'Auger à diverses altitudes pour trois compteurs identiques (Tableau I).

Tableau I. — *Variations des coïncidences avec l'altitude.*

Localité.	Auteur.	Altitude (m).	Fréquence des doubles.	Rapport triples/doubles (p. 100).	Valeur de γ.
Paris	Daudin	50	$2,65 \pm 0,08$	25 ± 2	2,65
L'Argentiève.......	Daudin	980	$8,70 \pm 0,9$	$29,6 \pm 1,5$	2,58
Pic du Midi.......	Pluvinage	2860	$24 \pm 0,6$	37 ± 1	2,45

L'exposant de la loi de fréquence diminue en altitude comme celui des chocs d'Hoffmann. C'est une indication favorable.

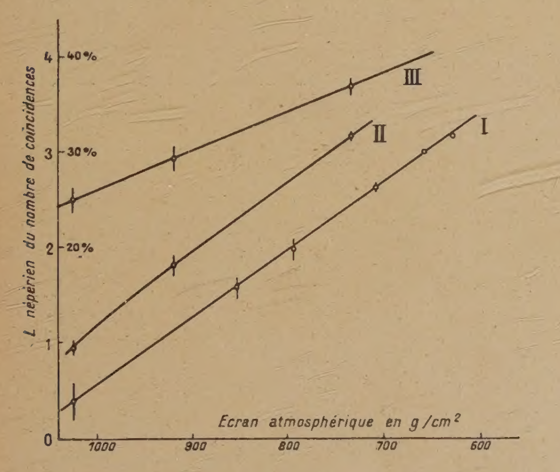


Fig. 3. — Variation avec l'altitude des coïncidences.
I. Variation observée par Hilberny (logarithmique).
II. Variation des coïncidences doubles observée par les collaborateurs d'Auger (logarithmique).
III. Variation en valeur vraie du rapport $\frac{\text{triples}}{\text{doubles}}$ (groupe d'Auger).

Au Lautaret (2060 m), par extrapolation $\gamma = 1,5$ environ. La figure 3 donne, en fonction de l'écran d'eau équivalent à l'atmosphère, la variation logarithmique du nombre de coïncidences doubles observée par Hilberry et, en outre, en valeur vraie, le rapport des coïncidences triples aux coïncidences doubles. On voit que ces courbes sont à peu près rectilignes dans la basse atmosphère, les abscisses étant, non les altitudes, mais les écrans atmosphériques. Ceci signifie qu'il n'y a sans doute pas d'absorption par le temps comme pour les mésons. Au contraire, l'absorption devient de plus en plus rapide dans la basse atmosphère, l'importance relative des gerbes denses diminuant sensiblement. Comme il a été indiqué dans un travail antérieur, ce résultat est en contradiction avec la théorie des cascades selon laquelle les gerbes sont d'autant plus vite absorbées qu'elles sont moins denses. Il s'explique simplement puisque des particules pénétrantes et peu gerbigènes participent à la gerbe (5).

8. **Détermination de la surface des compteurs.** — Les difficiles circonstances de guerre n'ont pas permis d'employer, dans ces expériences, des compteurs standard (Philips) à rendement connu et très élevé ($S = 115$ cm²). C'est particulièrement regrettable pour ce genre d'expérience où la surface des compteurs joue un rôle décisif. On a utilisé des compteurs de Maze dont il a été nécessaire de déterminer la surface. Il est extrêmement avantageux de la déter-

(5) *Voir* Daudin, Thèses de doctorat, Paris, 1942, p. 59. *Ann. de Physique*, 1943. — Auger, Maze et Robley, *C. R. Acad. Sc.*, 1939, **208**, p. 1641.

miner sur des compteurs montés dans les conditions mêmes où ils seront utilisés. Il suffit de compter les coïncidences doubles verticales entre deux compteurs (*fig.* 4). En supposant qu'il n'y ait pas de gerbes

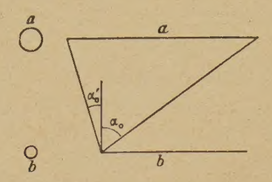


Fig. 4. — Mesure de la surface des compteurs.

latérales, d_a et d_b étant les diamètres respectifs α_0 et α'_0, les angles désignés, le nombre des coïncidences est proportionnel à

$$d_a d_b \left(\frac{2}{\cos\alpha_0} - \frac{2}{\cos\alpha'_0} + \cos\alpha'_0 - \cos\alpha_0\right) \qquad (7)$$

si la variation du nombre de trajectoires avec l'inclinaison sur la verticale est en $\cos^2\alpha$.

Pour éliminer pratiquement les gerbes de l'air, on peut couvrir *b* de 8 cm de plomb.

On place, en *a* et *b*, successivement des compteurs standard (Philips) et les compteurs Maze utilisés. Connaissant les données géométriques d_a, d_b, α_0 et α'_0, on en peut déduire le rendement des compteurs Maze.

Pour les deux compteurs de base identiques, on trouve, en deux expériences, 80 ± 7 pour 100 et 78 ± 6 pour 100 d'une part et 68 ± 7 pour 100 et 78 ± 6 pour 100. Une autre expérience du même type donne 85 ± 5 pour 100. Sauf une, ces mesures sont concordantes et l'on a pris comme valeur du rendement 80 pour 100. Le troisième compteur était un compteur Philips standard (*c*), le quatrième un compteur Maze (*d*) de surface relative connue géométriquement.

Les surfaces des compteurs sont donc : 1, pour les deux compteurs de base, 0,63 ± 0,03 pour le troisième compteur *c* et 0,8 pour le quatrième compteur *d*. En extrapolant au moyen de la courbe 3, on trouve que les coïncidences doubles entre deux compteurs standard doivent être à 2060 m, 15 ± 0,5 à l'heure. D'après la formule (4), on devra observer, entre les deux compteurs Maze *a* et *b*,

$$(15 \pm 0,5)\left(\frac{1}{0,63 \pm 0,03}\right)^{1,5} = 29,6 \pm 1,5 \text{ coïnc. à l'heure.}$$

En fait, les expériences donnent 33,35 + 0,5 coïncidences doubles dont 4,95 ± 0,25 fortuites, soit 28,4 ± 0,75. L'accord est satisfaisant et constitue une vérification approchée de la loi de variation en S^{γ} avec la surface des compteurs. On a pris, comme valeur définitive de la surface du troisième compteur, la valeur 0,66 qui donne exactement le nombre de coïncidences doubles observées.

9. **Expériences avec les compteurs.** — Des enregistrements ont été poursuivis au début sans chambre de Wilson, puis la nuit sans chambre de Wilson et le jour avec la chambre de Wilson. On a obtenu les résultats consignés au Tableau II.

Tableau II. — *Fréquence des coïncidences au Lautaret.*

Coïncidences.	Caractéristiques.	Nombre total.	Moyenne horaire.	Moyenne générale.
Doubles *a*	3e compteur *d* sans chambre	4674	33,5 ± 0,5	33,3 ± 0,4 h⁻¹
» *b*	» *c* »	2630	33,4 ± 0,7	
» *c*	» *c* »	2183	30,4 ± 0,8	
» *d*	» *c* avec chambre	1934	33,0 ± 0,8	
Triples *a*	3e compteur *d* sans chambre	951	9,1 ± 0,3	9,1 ± 0,3 h⁻¹
Triples *b*	3e compteur *c* sans chambre	657	8,33 ± 0,35	8,35 ± 0,2 h⁻¹
» *c*	» *c* »	502	7 ± 0,35	
» *d*	» *c* avec chambre	482	8,25 ± 0,40	
» *e*	» *c* sans chambre	645	8,5 ± 0,34	
» *f*	» *c* avec chambre	965	8,3 ± 0,27	
Quadruples *e*	3e compteur *c* sans chambre	397	5,22 ± 0,26	5,3 ± 0,17 h⁻¹
» *f*	» *c* avec chambre	569	4,90 ± 0,21	
Fortuites		322	4,95 ± 0,3	4,95 ± 0,3 h⁻¹

Sauf une série de mesures (doubles et triples) tous ces résultats sont bien concordants entre eux. La raison de l'écart trop fort enregistré sur la série *c* est inconnue; cependant, il est très probable que la tension était un peu faible sur les compteurs. Étant donné le bon accord de toutes les autres mesures, le plus sage est de ne pas prendre en considération cette unique mesure aberrante.

Les coïncidences triples et quadruples fortuites sont tout à fait négligeables. La mesure des doubles fortuites se faisait selon une méthode indiquée par Fréon qui consiste à retarder systématiquement les chocs dus à un des deux compteurs (au moyen d'une résistance de 12 MΩ reliant deux étages du sélecteur). Cette méthode est simple. Malheureusement, elle aurait demandé un contrôle plus poussé qui a été impossible dans les conditions sommaires de notre travail. Il paraît probable que le nombre des fortuites est quelque peu surestimé.

Dans ces conditions, les rapports entre les différentes fréquences sont :

$$\frac{\text{Coïncidences triples}}{\text{Coïnc. doubles vraies}} = \frac{8{,}35 \pm 0{,}20}{28{,}4 \pm 0{,}65} = 29{,}4\ \% \pm 1{,}5\ \%,$$

$$\frac{\text{Coïnc. quadruples}}{\text{Coïnc. triples}} = \frac{5{,}03 \pm 0{,}17}{8{,}4} = 60\ \% \quad \pm 2\ \%.$$

Les valeurs théoriques de ces deux rapports sont 28 et 62 pour 100.

Dans le cas où le troisième compteur est le compteur *d*,

$$\frac{\text{Triples}}{\text{Doubles}} = \frac{9{,}1 \pm 0{,}3}{28{,}55 \pm 0{,}8} = 31{,}9\ \% \pm 2\ \%$$

(Théoriquement, 31,1 %).

L'accord est satisfaisant. On remarquera qu'il n'y a qu'un paramètre arbitraire : γ.

10. La chambre de Wilson comme compteur. — Remarquons tout d'abord que le nombre des clichés triples est de 29 ± 2 pour 100 du nombre total des clichés pris en coïncidences doubles et devrait être égal au rapport des coïncidences donné par les sélecteurs (25 ± 1 pour 100). L'écart est assez fort et, sans doute, non entièrement fortuit. Il a été impossible *a posteriori* d'en découvrir la cause. Le rapport des clichés quadruples aux clichés triples est 57 ± 4 pour 100 contre 60 ± 2 pour 100 pour le rapport des coïncidences lues aux numérateurs. Ici l'écart est très admissible.

TABLEAU III. — *Clichés sans trajectoire* ($S = 0{,}7$).

Clichés en coïncidences	Doubles.	Doubles non triples.	Triples.	Triples non quadruples.	Quadruples.
Nombre expérimental	396	292	176	76	48
Nombre calculé ($s = 0{,}7$)......	400	292	174	81	48

Il est tout d'abord possible de considérer la chambre comme un compteur, c'est-à-dire d'étudier le nombre des clichés sans trajectoires pris en coïncidences doubles, triples et quadruples. Il faut tenir compte de la présence possible de trajectoires fortuites. La probabilité pour qu'un cliché ne contienne pas de trajectoire fortuite est 45 pour 100 (mesurée directement). Les probabilités calculées sont à multiplier par 0,45. La comparaison entre la théorie et l'expérience est faite au Tableau III pour une surface de la chambre $S = 0{,}7$. Ces résultats ne sont pas indépendants des précédents. En tout, cinq résultats indépendants et deux paramètres arbitraires S et γ.

En conclusion. — Ces expériences poursuivies avec compteurs ou encore en utilisant la chambre comme compteur sont, aux erreurs d'expérience près, en accord complet avec les résultats calculés.

11. Analyse des grandes gerbes au moyen de la chambre de Wilson. — La chambre de Wilson fournit, sur chaque gerbe, des renseignements beaucoup plus détaillés que les compteurs. Cependant, la comparaison de l'expérience avec la théorie est plus délicate pour plusieurs raisons.

a. Durant le temps d'efficacité de la chambre, il passe des trajectoires fortuites, qui ne peuvent, à la lecture, être distinguées des trajectoires de la gerbe.

b. Les parois de la chambre, tout en étant minces (partout moins de 2 unités de la théorie et, en moyenne, moins de 1 unité) sont beaucoup plus épaisses que celles des compteurs et sont le siège de gerbes secondaires perturbant la répartition puisqu'elles accentuent la corrélation, le groupement des trajectoires.

c. La chambre de Wilson a une forme entièrement différente de celles des compteurs; sa section horizontale est de 70 cm², ses deux sections verticales principales sont de 120 et 500 cm². Suivant l'inclinaison des gerbes, elle leur offrira donc une surface très variable.

Cet inconvénient est le plus grave; il s'ensuit : 1° qu'il est impossible d'évaluer, *a priori*, la surface de la chambre mais qu'on devra la déterminer par les expériences même (*a posteriori*), ce qui introduit un paramètre arbitraire; 2° que la répartition expérimentale des clichés ne saurait coïncider avec une répartition théorique calculée à partir d'une surface unique. L'effet de cette dispersion des surfaces sera examiné plus loin.

Ces difficultés n'ôtent pas leur valeur aux expériences, parce que l'étude à la chambre de Wilson étant plus détaillée, les erreurs statistiques sont beaucoup plus importantes qu'avec les compteurs.

Ceci étant, nous avons comme objectif : calculer, *a priori*, la proportion des clichés comportant 0, 1, 2, n trajectoires, commandés par les différents montages de compteurs et comparer avec les résultats expérimentaux.

12. **Lecture des clichés.** — Les clichés ont été lus deux fois et réexaminés quand il y avait désaccord entre les deux lectures. Il y a une certaine indétermination, car les trajectoires trop anciennes et trop diffuses sont éliminées au jugé. Le nombre de trajectoires douteuses a été indiqué pour chaque cliché. Dans ce nombre, sont incluses les trajectoires fines et postérieures à la détente. L'expérience a montré que la statistique étroite (douteuses non comprises), théoriquement préférable à la statistique large (douteuses comprises), parce qu'elle comprend un moins grand nombre de trajectoires fortuites (récentes ou trop anciennes), ne diminue le nombre de trajectoires fortuites que de 25 pour 100; on a adopté la statistique large qui est plus sûre et ne risque pas d'éliminer des trajectoires commandées.

On a noté les gerbes produites dans les parois de la chambre, on les a décomptées du nombre total de trajectoires et attribuées pour le tiers ou la moitié à des électrons. Il s'agit d'une correction, en définitive assez faible et certainement incomplète. Dans les parois, des électrons sont arrêtés, d'autres électrons isolés sont créés par des photons; ceci est sans importance et équivaut à une légère modification de la surface de la chambre.

Les trajectoires fortuites sont évidemment indépendantes du mode de commande de la chambre, on en détermine donc la répartition en prenant un grand nombre de clichés au hasard répartis sur toute la durée des expériences (Tableau IV).

TABLEAU IV. — *Clichés au hasard* (713).

Nombre de trajectoires............ ...	0.	1.	2.	3.	4.	5.	< 5.
Nombre de clichés expérimental...........	319	241	108	31	10	4	0
» de clichés calculé ($\bar{\nu} = 0,85$)......	304	259	110	31	8	1	0
Nombre expérimental — nombre théorique..	+ 15	— 18	— 2	0	+ 2	+3	0
Probabilités expérimentales $\Pi(\nu)$ (p. 100)..	44,9	33,8	15,1	30	1,4	0,56	

On voit que la répartition expérimentale coïncide assez bien avec celle calculée d'après la formule de Poisson et le nombre moyen 0,85. Elle est sensiblement plus étalée, ce qui est dû à la fois aux gerbes et à la dispersion de la surface de la chambre avec l'inclinaison (on n'a pas déduit ici les gerbes de la paroi dont l'effet est inférieur aux erreurs statistiques).

13. **Calcul du nombre de trajectoires et de la répartition des clichés.** — Le nombre moyen de trajectoires sur une surface S pour les gerbes enregistrées en coïncidence $n^{\text{ièmes}}$ est évidemment

$$\overline{\mathcal{N}}_n = \frac{\mathcal{N}_n}{P_n} = S\,\frac{\int \delta^{-\gamma}\,(1 - e^{-s_1\delta})\ldots(1 - e^{-s_n\delta})\,\mathrm{d}\delta}{\int \delta^{-1-\gamma}(1 - e^{-s_1\delta})\ldots(1 - e^{-s_n\delta})\,\mathrm{d}\delta}. \quad (8)$$

L'intégrale du numérateur se calcule comme celle du dénominateur; il suffit de remplacer γ par $\gamma - 1$ dans les $F^{\alpha}(u)$ et k par $k' = \frac{(1-\gamma)!}{1-\gamma}$.

De même, le nombre moyen de clichés comportant ν trajectoires pris en coïncidences $n^{\text{ièmes}}$ est

$$\overline{P}^{\nu}_n = P^{\nu}_n = \frac{1}{\nu!} \times \frac{\int e^{-S\delta}(S\delta)^{\nu}\,\delta^{-1-\gamma}(1 - e^{-s_1\delta})\ldots(1 - e^{s-_n\delta})\,\mathrm{d}\delta}{\int \delta^{-1-\gamma}(1 - e^{s-_1\delta})\ldots(1 - e^{-s_n\delta})\,\mathrm{d}\delta}. \quad (9)$$

L'intégrale du numérateur se déduit des P_n en remplaçant γ par $\gamma - \nu$, u par $u + S$ dans les $F^{\alpha}(u)$ et k par

$$k^{\nu} = \frac{k\,S^{\gamma}}{\nu!}\prod_{i=0}^{i=\nu-1}(i - \gamma).$$

Pour comparer avec l'expérience, il faudra :

a. se souvenir que les clichés doubles purs contiennent une certaine proportion (connue) de clichés fortuits dont les propriétés statistiques sont connues;

b. ajouter au nombre moyen de trajectoires commandées, le nombre moyen de trajectoires fortuites;

c. se souvenir que les clichés à 1, 3, 4, 5 trajectoires peuvent être obtenus par plusieurs combi-

naisons de trajectoires fortuites et commandées. De façon précise, en appliquant les théorèmes des probabilités totales et composées :

$$P_{\text{effect.}}(1) = P^1\,\Pi(0) + P^0\,\Pi(1),$$

$$P_{\text{effect.}}(\nu) = \sum_{\lambda=0}^{\lambda=\nu} P^\lambda\,\Pi(\nu-\lambda).$$

14. **Nombre moyen de trajectoires; surface de la chambre.** — La première quantité à atteindre par le calcul est le nombre moyen de trajectoires par cliché.

Les calculs donnent les résultats suivants (Tableau V).

Il n'a pas été indiqué d'erreur : les erreurs sont certainement plus importantes que celles prévues par la loi de Poisson car les trajectoires ne sont pas indépendantes les unes des autres. Par exemple, l'absence éventuelle d'un cliché de 150 trajectoires (on en a compté jusqu'à 200) diminuerait de 10 pour 100 le total des trajectoires en coïncidences quadruples. Or, le nombre de ces clichés très fournis étant très petit (il en existe 2 sur 1800 clichés commandés) est soumis à d'énormes fluctuations statistiques.

Tableau V. — *Nombre de trajectoires par cliché* ($S = 1$).

Clichés en coïncidence	Doubles.	Doubles non triples.	Triples.	Triples n. quadruples.	Quadruples.
Nombre total de clichés	1182	757	944	290	376
» de clichés fortuits (calculé)	175	150	–	–	–
» total de trajectoires	2208	856	3288	514	1786
» de trajectoires fortuites (calculé)	1003	644	795	244	316
» moyen de trajectoires expérimental	1,20	0,35	2,65	0,93	3,91
» moyen de trajectoires théorique ($s = 1$)	1,06	0,334	2,94	0,78	4,25

En fait, les écarts entre expérience et théorie sont de cet ordre de grandeur. Cependant, ils présentent un certain caractère systématique qui est en relation avec l'indétermination de surface.

Dans la suite, on prendra comme valeur de la surface de la chambre la valeur 1. Cette valeur est différente de celle obtenue en considérant les clichés sans trajectoires. Ce fait est également en rapport avec l'indétermination de surface.

15. **Répartition des clichés, expériences et calculs.** — Cette surface étant choisie, il est possible de comparer les répartitions expérimentales et calculées (Tableau VI).

On voit :

a. que les calculs sont bien fondés et représentent correctement un ensemble considérable de résultats (rappelons que les seuls paramètres arbitraires sont γ et S surface de la chambre);

b. que la répartition expérimentale des clichés est sensiblement plus dispersée que la répartition théorique. En fait, tandis que le nombre des clichés sans trajectoires correspond à une surface de 0,7, le nombre des clichés très fournis correspond à une surface de 1,4.

16. **Indétermination de la surface de la chambre.** — La chambre de Wilson présente aux gerbes (supposées constituées de trajectoires rigoureusement parallèles) une surface qui varie de 70 cm² pour la direction verticale, à 550 cm² pour certaines directions horizontales. En fait, la valeur supérieure de la surface de la chambre (pour des gerbes à 45°) est 430 cm² environ.

On peut, grossièrement, se rendre compte des effets de cette indétermination en supposant une loi de fréquence simple pour les gerbes d'inclinaison donnée. Par exemple, on a calculé l'effet d'une loi de fréquence telle que les surfaces comprises entre S et $S + \mathrm{d}S$ soient également probables entre deux limites S_0 et S, ou encore telle que la probabilité d'une surface S, $S + \mathrm{d}S$, S varie comme $(S - S_1)\,\mathrm{d}S$ à partir d'une surface minima S_0. Cette deuxième répartition est plus physique puisque les surfaces les plus probables sont les surfaces les plus faibles (gerbes verticales).

On calcule la fréquence moyenne des clichés sans trajectoires $P^0(S)$ à partir de la loi de fréquence des surfaces et de la variation de $P^0(S)$ avec S développée en série de Taylor.

$$P^0(S) = P^0(\overline{S}) + \dot{P}^0(\overline{S})\,\delta S + \frac{1}{2}\ddot{P}^0(\overline{S})\,\overline{\delta S}^2.$$

Dans les deux cas, les résultats sont très voisins et dans le deuxième cas, ils ont la forme suivante : (les termes supérieurs s'annulent dans la série semi-convergente)

$$P^0_{\text{vrai}} = P^0(\overline{S})\left(1 + \frac{\ddot{P}^0(\overline{S})}{4P^0(S)}\,\overline{\Delta S}^2\right),$$

TABLEAU VI. — *Répartition des clichés suivant le nombre de trajectoires.*

Coïncidences.	Clichés. / Trajectoires	0.	1.	2.	3.	4.	5-6.	7-9.	10-12.	13-20.	21-30.	> 30.
Doubles.	Nombre expérimental	396	354	189	90	48	49	25	12	11	3	5
	Nombre calculé	373	359	219	104	52	42	18	6	6	2	2
	Différence	+ 23	— 5	— 30	— 14	— 4	+ 7	+ 7	+ 6	+ 5	1	+ 3
Doubles non triples.	Nombre expérimental	292	256	123	47	18	12	8	0	1	0	0
	Nombre calculé	279	252	137	54	21	11	2	0	0	0	0
	Différence	+ 13	+ 4	— 14	— 7	— 3	+ 1	+ 6		+ 1		
Triples.	Nombre expérimental	176	235	162	114	69	75	49	29	17	9	9
	Nombre calculé	137	202	182	131	88	94	54	21	19	7	7
	Différence	+ 39	+ 33	— 20	— 17	— 19	— 19	— 5	+ 8	— 2	+ 2	+ 2
	Nombre expérimental	76	97	52	28	11	14	8	3	1		
	Nombre calculé	70	88	65	35	18	12	3	0	0		
	Différence	+ 6	+ 9	— 13	— 7	— 7	+ 2	+ 5	+ 3	+ 1		
	Nombre expérimental	48	77	67	51	35	33	28	16.	8	7	6
	Nombre calculé	33	60	66	56	42	51	34	14	12	4	4
	Différence	+ 15	+ 17	+ 1	— 5	— 7	— 18	— 6	+ 2	— 4	+ 3	+ 2

ΔS étant le tiers de l'intervalle de variation des surfaces.

$P^0(\overline{S})$ est le nombre des clichés sans trajectoire calculé à partir de la surface moyenne. ΔS est de l'ordre de 0,7, $\ddot{P}^0(\overline{S})$ est égal, comme on le voit d'après la définition même, à $\frac{2!}{\overline{S}^2} \cdot P_n^2(S)$ et donc tout calculé. On trouve, pour les corrections, les valeurs suivantes (Tableau VII).

TABLEAU VII. — *Effet de l'indétermination de surface sur le nombre de clichés sans trajectoire.*

Correction en pour 100	Doubles.	Doubles non triples.	Triples.	Triples non quadruples.	Quadruples.
Ecart expérimental	+7	+6	+28	+9	+45
Correction calculée ($\Delta s = 0,7$)	+3	+1,5	+12	+6	+21

On voit que les corrections sont plus faibles que l'écart expérimental, mais varient avec le montage exactement dans le sens prévu.

Il est probable que la correction calculée a été sous-estimée. D'une part, si les trajectoires trop inclinées passant sur les bords de la chambre ont un faible parcours et peuvent être omises, les trajectoires horizontales de faible énergie peuvent être moins bien éliminées. D'autre part, les compteurs étant dirigés perpendiculairement à la chambre, pour une gerbe à 45°, la chambre présente une surface de 430 cm², mais les compteurs n'offrent qu'une surface réduite de 25 pour 100. Le rapport de la surface de la chambre à celle des compteurs est donc plus élevé qu'il ne paraît.

L'effet de la dispersion individuelle des trajectoires en direction est difficile à évaluer. Il se pourrait qu'il fût sensiblement plus fort que l'effet étudié pour les gerbes peu denses. Il est, en effet, certain que la loi de répartition des trajectoires individuelles favorise moins la verticale que la loi de répartition des gerbes dans leur ensemble.

Il semble que la dispersion des gerbes et des trajectoires en direction puisse rendre compte au moins de la moitié des écarts entre le calcul et l'expérience.

17. Statistique des clichés très fournis. — On a indiqué, dans un travail antérieur, *qu'en dehors de toute hypothèse,* les gerbes si fournies que tous les compteurs soient sûrement touchés, présentent une loi de répartition directement accessible à l'expérience. En fait, le troisième ou le quatrième compteur

n'arrêtent aucune gerbe donnant plus de 16 trajectoires dans la chambre et n'arrêtent que 10 à 15 pour 100 de celles qui comportent de 8 à 16 trajectoires. On peut supposer que la répartition des clichés de plus de 16 trajectoires est la répartition vraie, tandis que celle des clichés entre 8 et 16 s'écarte de 25 pour 100 environ de la répartition vraie.

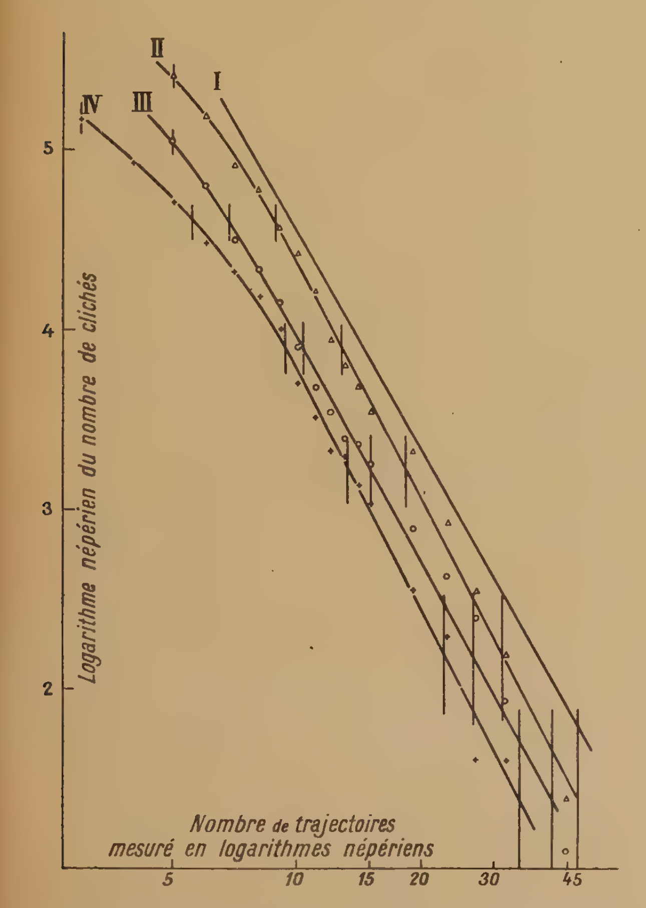


Fig. 5. — Répartition des clichés à grand nombre de trajectoires.

Courbe I. Répartition théorique à une translation près suivant l'axe des ordonnées ($\gamma = 1,5$).

Courbe II. △ répartition expérimentale, gerbes non déduites.

Courbe III. ⊙ répartition expérimentale, gerbes secondaires déduites.

Courbe IV. + répartition expérimentale des clichés très fournis, obtenus avec un montage de grande gerbe, mais compteurs couverts de plomb (4 à 8 cm). Les traits verticaux indiquent les erreurs probables pour les diverses ordonnées.

Cependant, la comparaison avec la loi de fréquence n'est pas tout à fait immédiate. En effet, d'une part l'expérience donne la répartition en fonction de la variable discontinue ν qui n'est pas identique à δ, d'autre part, il y a des trajectoires fortuites. Il faut donc prendre les formules indiquées au paragraphe 13.

A la limite, les expressions se simplifient et

$$P_n^{\nu} \to \frac{S^{\gamma}}{\nu!} k \prod_{i=0}^{i=\nu-1} (i-\gamma).$$

Sur la figure 5 on a représenté les répartitions intégrales expérimentales et calculées. Il y a une large indétermination sur la valeur γ, de l'ordre de 0,2 à 0,3, mais la valeur moyenne paraît être comprise entre 2,5 et 2,7.

On a représenté, en outre, la même répartition des clichés très fournis pour le montage 2 (gerbes de l'air à grand pouvoir pénétrant). On voit qu'elle est exactement parallèle.

En fait, il est peu probable que les corrections soient bien évaluées. La correction due à l'indétermination de surface est théoriquement nulle, les compteurs n'ayant plus d'effet sélectif et agirait en sens contraire. D'autre part, pour les gerbes très denses, les fluctuations sont probablement, à l'occasion, plus fortes que celles de Poisson.

18. **Remarques**. — 278 clichés triples ont été enregistrés sur le deuxième sélecteur, mais déclenchés par des coïncidences doubles. Ils présentent 988 trajectoires soit une moyenne de 2,7 trajectoires commandées, la même moyenne que les clichés triples à commande directe. En outre, ils comportent 19 pour 100 de clichés sans trajectoires comme les clichés à commande directe. Il y a là une indication selon laquelle le système d'enregistrement par la lampe à néon a bien fonctionné, bien que la fréquence des clichés triples soit anormale.

En outre, sur les 376 clichés quadruples, 139 ont été pris, le quatrième compteur étant sur la chambre et 237 le quatrième compteur étant loin de la chambre. Les nombres moyens (totaux) de trajectoires sont de 5 dans le premier cas et 5,4 dans le second. Ces pourcentages de clichés sans trajectoires sont 14 pour 100 dans le premier cas et 11 pour 100 dans le second. Les écarts, fortuits, sont en sens inverse de ceux que l'on attendrait si les condensations locales jouaient un rôle notable.

Discussion.

19. **Résultats, structure des grandes gerbes.** — Ainsi, toutes les expériences faites sur une base déterminée avec des compteurs, la chambre de Wilson ou la chambre d'ionisation s'interprètent assez correctement : en première approximation, les grandes gerbes doivent être considérées comme des chocs d'Hoffmann de l'air et sont réparties suivant une loi de fréquence, qui est exactement la même.

Il existait une certaine hésitation sur la façon d'aborder le problème : fallait-il mettre, au premier

plan, les fluctuations locales des condensations de très faible étendue, ou bien, au contraire, considérer les gerbes comme plus ou moins homogènes sur des surfaces de l'ordre d'une dizaine de mètres carrés. Nos expériences, d'accord avec les prévisions théoriques, permettent de répondre : certes il doit exister des condensations locales, mais elles ne jouent pas de rôle essentiel. La correction sur l'indétermination en surface permet d'évaluer les ordres de grandeur; en effet, les fluctuations supérieures à celles de Poisson peuvent s'interpréter comme une indétermination sur la surface des appareils, surface plus grande que la surface moyenne lorsqu'elle est frappée par une condensation, plus petite lorsqu'elle est dans un trou. Or, la dispersion en direction des gerbes et des trajectoires de gerbes permet sans doute d'interpréter au moins la moitié de l'écart entre la théorie et l'expérience.

Ainsi, au plus, les condensations, fluctuations supérieures à celle de Poisson, correspondent à une indétermination sur la surface des appareils (ou sur la densité locale) qui est du même ordre que celle qui résulte de la dispersion en direction. Autrement dit, la densité locale n'est définie qu'à un facteur 2 ou 3 près autour de la densité moyenne, alors que la dispersion de la densité moyenne s'étend sur un domaine mesuré par des facteurs allant de 100 à 1000. Et ceci est un maximum car on n'a pu éliminer toutes les gerbes secondaires produites au voisinage de la chambre ou dans ses parois.

Ce résultat était prévisible d'après la théorie : puisque la dispersion moyenne des trajectoires est de l'ordre de 100 m, pour des distances de quelques mètres, les trajectoires sont réparties au hasard. Ce sont les gerbes secondaires proches, qui créent quelques fluctuations plus importantes. Elles viennent de l'air ou du toit (10 cm à 5 cm de bois) et l'on ne peut guère espérer en mesurer l'effet correctement qu'en l'absence de voûte proche et par des expériences assez précises avec les compteurs.

D'après certaines expériences relatées dans un travail antérieur, s'il existe des paquets dans l'air, ils sont peu étendus (10 à 20 cm) et peu abondants. On a observé de tels pinceaux sur divers clichés, probablement les pinceaux les plus pénétrants d'un « burst » déjà ancien. Sous une voûte même mince, des gerbes secondaires, mises en évidence dans un travail antérieur, créent très vite des « paquets notables ».

Bien entendu, les énormes « bursts » dont il a été publié quelques clichés et qui ont été observés également par Lapp, ne doivent pas couvrir toute la surface de la grande gerbe; il est probable qu'il s'agit de bursts produits assez près des appareils et qui n'ont pas eu le temps de couvrir une grande surface. Si ce point de vue est exact, ces groupes doivent avoir un bord assez net (et certains clichés paraissent bien montrer ce bord) et couvrir un domaine en moyenne d'autant plus petit qu'ils sont plus denses.

Mais ces jeunes « monstres » ne jouent pas de rôle décisif dans les résultats globaux des expériences. A ces considérations statistiques les clichés Wilson permettent d'ajouter une « impression » difficilement démontrable, mais très nette pour celui qui en a passé en revue plusieurs milliers. Cette impression est la suivante : les grandes gerbes ne sont sans doute pas des « bursts » isolés mais, si l'on peut dire, des colonies de « bursts ». Un rayonnement rare et de nature inconnue doit, de place en place, donner naissance à des gerbes nucléaires [6] qui se développent en énormes bursts, dont la multiplication obéit sans doute essentiellement au schéma des cascades photoélectroniques, mais dont le parcours doit être assez réduit. Des paquets assez lâches de trajectoires peu gerbigènes et plus ou moins pénétrantes doivent constituer la « queue » de ces groupes, une fois que la cascade est éteinte et, en général, la « queue » de la gerbe. Il est difficile de préciser puisque ces phénomènes nucléaires nous sont encore à peu près inconnus.

Bien entendu, dans ce cas, il serait impossible de décrire le développement et la structure des gerbes de l'air d'après la théorie actuelle des cascades.

20. **Bursts et grandes gerbes**. — On a communément l'habitude de distinguer deux sortes de chocs d'Hoffmann : les uns se produisent dans une chambre d'ionisation sans écran, les autres sous un écran épais. Les premiers coïncident évidemment avec les grosses condensations de grandes gerbes observées à la chambre de Wilson. D'après un travail récent de Lapp, 90 pour 100 des gerbes donnant un choc de plus de 300 trajectoires dans une chambre d'ionisation modèle C (0,1 m²) actionnent un système de compteurs assez nombreux. Ces chocs correspondent aux condensations donnant plus de 15 trajectoires dans la chambre de Wilson, qui, toutes, actionnent le $n^{\text{ième}}$ compteur.

L'identité des deux phénomènes étant admis, il est bien étonnant qu'ils suivent une loi de puissance d'indice si différent. Au niveau de la mer, l'indice intégral déduit des chocs d'Hoffmann est $2,15 \pm 0,35$, l'indice intégral déduit des expériences avec compteur est $1,65 \pm 0,15$. Le désaccord est à peu près certain. Comment l'interpréter ? Certes, tout d'abord ces deux indices ne se rapportent pas au même domaine de densités. L'indice de Lapp se rapporte aux chocs de plus de 3000 trajectoires au mètre carré. L'indice déduit du rapport $\frac{\text{triples}}{\text{doubles}}$ se

[6] C'est-à-dire des gerbes produites initialement dans un seul noyau. Ce sont peut-être des gerbes de paires (Daudin) ou des gerbes de mésons, dont certains se désintègrent rapidement en fournissant des électrons, comme le suggèrent les travaux récents de Heitler.

rapporte essentiellement à des gerbes moyennes comportant entre 10 et 1000 trajectoires au mètre carré. Il est parfaitement certain que, pour ces gerbes moyennes, l'indice ne peut être plus élevé que 2 (le rapport $\frac{\text{triples}}{\text{doubles}}$ serait nul). Faut-il admettre que cet indice subisse une variation aussi forte dans un domaine de densité relativement étroit ?

Nos expériences faites à 2000 m d'altitude sur la répartition des grosses condensations ne témoignent nullement d'une variation de ce genre. Il y a peut-être lieu de vérifier plutôt si les deux appareils, chambre de Wilson et chambre d'ionisation, fournissent réellement des résultats utilisables sans correction.

Pour la chambre de Wilson, il a été effectué des corrections un peu incertaines, mais qui amènent à un résultat remarquablement cohérent. Est-ce purement fortuit ? Cette réserve faite, la numération des trajectoires Wilson est *bien plus directe* que la lecture de l'ampleur des chocs à la chambre d'ionisation. Est-ce que certaines corrections ne devraient pas être faites également à la chambre d'ionisation ?

Il y a d'autres points très remarquables :

a. les indices trouvés par Schein et Gill pour les « bursts » sous écran épais sont du même ordre de grandeur que ceux trouvés par Lapp sans écran;

b. les indices obtenus pour les « bursts » sous écran épais décroissent avec l'altitude comme ceux obtenus ici indirectement et de la même quantité.

On peut se demander si la distinction entre « bursts » sous écran épais et à l'air est réellement fondée, d'autant que, même sous écran épais, Lapp trouve encore 7 à 8 pour 100 de coïncidences avec un système de compteurs enregistrant les grandes gerbes atmosphériques.

21. **Importance des grandes gerbes dans le rayonnement électronique total.** — A la lumière de nos expériences, il apparaît que le rôle des grandes gerbes de l'air dans le rayonnement cosmique total n'a pas été correctement envisagé. Ce rôle ne peut aucunement se mesurer simplement par le nombre de coïncidences avec un ou des compteurs éloignés. La vérité est qu'il n'y a, jusqu'à présent, aucune limite supérieure au nombre de rayons cosmiques appartenant à ces gerbes. L'exposant γ ne peut rester constant sans conduire à un nombre infini de trajectoires, conséquence absurde. Mais nous ignorons totalement la variation qui paraît très lente, de cet indice.

Le nombre de trajectoires appartenant à des gerbes enregistrées en coïncidences doubles au niveau de la mer (compteur 100 cm²) est seulement de $0,7.10^{-3}$ par seconde.

L'intensité totale du rayonnement cosmique est, sur la même surface, de l'ordre de 1,5 par seconde. Il suffirait que le nombre de trajectoires appartenant à des grandes gerbes soit 100 fois plus élevé que le nombre de celles effectivement observées en coïncidences doubles, pour que le rayonnement des grandes gerbes (rayonnement électronique de cascade) joue un rôle notable dans la composante molle, rôle que lui attribuent, par exemple, les expériences de Bernardini, etc.

Auger a trouvé que 2 à 3 pour 100 des gerbes de Rossi sous écran de plomb sont associées à la décharge d'un compteur éloigné. Lapp a observé que 7 à 8 pour 100 des chocs d'Hoffmann sous écran épais sont dans le même cas. Daudin a trouvé que 20 à 10 pour 100 (proportion décroissante avec l'écran de plomb, comme pour les chocs d'Hoffmann) des gerbes divergentes et pénétrantes sont associées à la décharge d'un compteur éloigné. Cela ne signifie nullement que tous ces phénomènes soient indépendants des grandes gerbes. Ils peuvent, au contraire, y être complètement localisés. (Également d'ailleurs la majeure partie des photons qui, d'après Rossi et Janossy, constituent 10 pour 100 du rayonnement au niveau de la mer.)

Il est bien possible que, même au niveau de la mer, le rayonnement de grande gerbe joue un rôle important dans la composante molle, de même que, sans aucun doute, il joue un rôle important dans les phénomènes de grande énergie.

Manuscrit reçu le 23 juillet 1945.

BIBLIOGRAPHIE.
(Non comprises les références en note.)

SCHEIN et PIARA et GILL, *Rev. Mod. Phys.*, 1939, **11**, p. 267.
LAPP, *Phys. Rev.*, 1943, **64**, p. 254, 255 et 129.
AULER, *Ztsch. f. Phys.*, 1940, **116**, p. 73.
MOLIÈRE, *Naturw.*, 30 janvier 1942, p. 87.
HEISENBERG et MOLIÈRE, *Die kosmische Strahlung*, 1943.
HILBERRY et REGINER, *Phys. Rev.*, 1941, **59**, p. 471.
HILBERRY, *Phys. Rev.*, 1941, **60**, p. 1.
PLUVINAGE, diplôme d'études supérieures, Paris, 1940.

UNE GRANDEUR « INOBSERVABLE » · LA FRÉQUENCE DES ONDES DE LA MÉCANIQUE ONDULATOIRE

Par J. LOEB.

Ingénieur en Chef des P.T.T.

Sommaire. — Le présent article établit une discrimination entre les grandeurs physiques introduites par la Mécanique Ondulatoire dans la description des phénomènes. Si la longueur d'onde mesurable λ et la vitesse de groupe v correspondent à des réalités physiques, il n'en est pas de même pour la vitesse de phase V et la fréquence ν. On montre en effet que les résultats expérimentaux connus peuvent être retrouvés en attribuant à ces deux dernières grandeurs une infinité de valeurs dépendant d'une constante arbitraire.

Les théories qui tendent à remplacer les lois de la Mécanique rationnelle classique par des lois comportant la propagation d'ondes ont pris pour modèles les équations de propagation déjà connues (propagation du son, des ébranlements électromagnétiques, etc.).

Le mécanisme de ces phénomènes implique la variation dans l'espace et dans le temps des grandeurs physiques qui servent à les décrire. L'objet de la présente Note est d'examiner s'il est bien légitime d'introduire, dans la description des phénomènes de la Mécanique ondulatoire, une périodicité dans le temps, mesurée par la fréquence ν.

1. **Mécanique ondulatoire non relativisite.** — Dans la théorie de Schrödinger, la fréquence est donnée par la relation

$$\nu = \frac{E}{h}, \qquad (1)$$

E étant l'énergie totale du mobile. On doit d'abord observer que, en Mécanique non relativiste, le niveau d'énergie n'est connu qu'à une constante arbitraire additive près. En fait, l'expérience révèle :

a. Des différences de niveaux énergétiques (potentiels d'ionisation, de résonance, etc.;

b. Des différences de fréquences (la fréquence émise lors d'une transition est considérée par la théorie comme résultant d'une interférence);

c. La longueur d'onde d'un phénomène stationnaire

$$\lambda = \frac{h}{mv}, \qquad (2)$$

où v est la vitesse de la particule. La connaissance de λ ne permet d'accéder à celle de ν que si l'on connaît la vitesse de phase V. Toute relation de dispersion $V = V(\nu)$ redonnant a, b et c et satisfaisant par ailleurs à la relation de Rayleigh

$$\frac{1}{v} = \frac{d}{d\nu}\left(\frac{\nu}{V}\right) \qquad (3)$$

où v s'identifie à la vitesse de groupe, sera également apte à rendre compte des faits expérimentaux.

Le couple de grandeurs V et ν n'a fait, jusqu'ici à notre connaissance, l'objet d'aucune mesure directe. Il ne nous semble même pas trop hasardeux de dire qu'aucun dispositif expérimental donnant V ou ν n'est concevable. Au contraire, le son ou les ondes maxwelliennes possèdent une fréquence ν susceptible d'être mesurée expérimentalement. Cette simple constatation doit nous mettre en garde lorsqu'il s'agira d'appliquer, aux ondes pilotes, les modèles d'équations de propagation classiques.

2. **Mécanique ondulatoire relativiste.** — L'application du principe de la Relativité va-t-elle lever cette indétermination, et donner ν et V par voie de déduction ? Le résultat auquel nous sommes parvenus est le suivant : étant donné que la fonction ψ ou mieux les ψ_k de Dirac ne sont pas des grandeurs physiques accessibles à l'expérience, mais bien des intermédiaires mathématiques, le schéma ondulatoire actuellement admis n'est pas le seul valable; il en existe une infinité d'autres, moins simples, mais tout aussi aptes à rendre compte des faits.

Une première observation s'impose : la Mécanique non relativiste de Schrödinger donne la prévision correcte des règles de Bohr tant qu'il ne s'agit pas de structure fine; la théorie de Dirac permet la prévision de cette dernière, mais redonne évidemment en première approximation, les lois spectrales de Bohr. Il est très étonnant que ces deux théories, dont la première constitue l'approximation newtonienne de la deuxième, puissent différer, en ce qui concerne la valeur de ν, dans une mesure aussi considérable que $\frac{m_0 c^2}{h}$.

Une deuxième observation va porter sur la notion d'interférences. L'onde émise lors d'une transition est considérée comme résultant de l'interférence entre les ondes de la particule dans l'un et

l'autre états stationnaires. Mais, en technique radioélectrique, l'interférence fait apparaître la somme des fréquences en plus de leur différence. La comparaison complète n'est donc pas justifiée, et cela illustre le fait que la fréquence elle-même sera toujours absente des résultats physiques.

3. **Introduction d'une constante arbitraire.** — La divergence entre les valeurs de ν prévues respectivement par les théories non relativiste et relativiste provient du terme $m_0 c^2$ ajouté par la théorie de la Relativité restreinte. Nous allons retrouver les résultats vérifiables expérimentalement, au moyen d'une théorie dans laquelle ν n'est volontairement définie qu'à une constante additive arbitraire près. Nous obtiendrons cette théorie en remplaçant, dans les formules existantes, l'énergie relativiste E par $E_1 + \mu m_0 c^2$ ($\mu m_0 c^2$ étant la constante arbitraire).

Au lieu de remplacer E par l'opérateur $\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial}{\partial t}$ c'est E_1 que nous remplacerons par cet opérateur.

Si $\mu = 0$, E_1 est l'énergie relativiste, si $\mu = 1$, E_1 est l'énergie non relativiste.

4. **Équation relativiste à une onde.** — Cette équation a été abandonnée à cause de l'objection de Dirac; mais comme elle a servi de point de départ à la mécanique à quatre fonctions d'onde, il a été intéressant de lui appliquer la modification du paragraphe 3. Pour ne pas surcharger l'exposé, nous ne donnons ici que les résultats. L'équation s'écrirait :

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} - \Delta\psi + \frac{4\pi\mu m_0 i}{h}\frac{\partial\psi}{\partial t} + \frac{4\pi^2}{h^2} m_0^2 c^2(1-\mu^2)\psi = 0. \quad (4)$$

Les solutions progressives sinusoïdales le long de l'axe des x sont

$$\psi' = \psi_0 \, e^{\frac{2\pi i}{h}(E_1 t - px)} \quad (5)$$

avec

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Cette solution est physiquement indiscernable de la solution classique :

$$\psi = \psi_0 \, e^{\frac{2\pi i}{h}(Et - px)}, \quad (5^{bis})$$

d'où

$$\psi' = \psi \, e^{\frac{2\pi i}{h}\mu m_0 c^2 t}. \quad (5^{ter})$$

En effet, les grandeurs accessibles à l'expérience sont, pour l'équation (5) comme pour l'équation (5 *bis*), la longueur d'onde

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad (6)$$

et la vitesse de groupe qui, déduite des relations de dispersion

$$V = \frac{E_1\sqrt{1-\beta^2}}{m_0 v}, \qquad h\nu = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - \mu m_0 c^2 \quad (7)$$

est égale à v.

Le fait que, dans (5), la phase n'est pas un invariant relativiste, ne constitue pas une objection, car ψ n'est pas une grandeur relativiste accessible à l'expérience.

5. **Mécanique de Dirac.** — Les équations proposées sont :

$$\left(P_4 + \mu m_0 c + \sum_1^3 \alpha_i P_i + \alpha_4 m_0 c\right)\psi'_k = 0 \quad (8)$$

(notations de l'ouvrage de M. L. de Broglie : *L'électron magnétique*). L'équation (8) diffère de celle de Dirac, en ce sens que ses solutions ψ'_k s'expriment, comme en (5 *ter*), en fonction des solutions ψ_k par les relations

$$\psi'_k = \psi_k \, e^{\frac{2\pi i}{h}\mu m_0 c^2 t}. \quad (9)$$

Le quadrivecteur ρ, $\rho\vec{u}$ qui ne comporte que des termes de la forme $\psi_k^* \psi_l$ n'est pas altéré lorsqu'on remplace les ψ_k par les ψ'_k.

Tous les résultats expérimentaux que prévoit la théorie de Dirac sont donc également prévus par l'équation (8). Toutefois, il y a lieu d'examiner plus attentivement les niveaux quantifiés d'énergie. Pour en faire le calcul, par exemple dans l'atome d'hydrogène, on particularise l'observateur, de façon à éliminer du quadrivecteur potentiel tous les termes qui donneraient le champ magnétique, et à ne garder qu'un terme de potentiel électrostatique $V = \frac{e^2}{r}$ dont la détermination n'est connue qu'à une constante près. Si l'on prend cette constante égale à zéro, les valeurs propres des équations donnent les niveaux relativistes d'énergie.

Si donc on reporte, dans les équations (8), le potentiel V avec la même détermination, les niveaux quantifiés d'énergie se trouvent tous décalés, par l'introduction de la constante arbitraire μ, d'une même quantité $\mu m_0 c^2$. Aucune expérience (potentiels d'ionisation ou de résonance) ne permet de trouver une valeur absolue pour V ni pour E.

Pour continuer à dire que les niveaux relativistes d'énergie sont donnés par les valeurs propres des équations de Dirac, il faut modifier la convention et déplacer de la quantité $\mu m_0 c^2$, soit la détermination arbitraire du potentiel électrostatique V, soit les valeurs propres trouvées pour l'énergie.

6. **Conclusion.** — Nous avons ainsi montré que tous les résultats expérimentaux de la Mécanique

quantique pouvaient être retrouvés par un ensemble de règles différentes des règles classiques de la Mécanique ondulatoire. Cette « para-mécanique ondulatoire » comportant une constante arbitraire, coïncide avec la Mécanique ondulatoire classique chaque fois qu'il y a lieu de prévoir les grandeurs physiquement accessibles, à savoir : les niveaux d'énergie, les fréquences émises lors des transitions, la longueur d'onde $\lambda = \frac{h}{mv}$, et la vitesse du fluide de probabilité. Elle en diffère lorsqu'elle prévoit, pour la fréquence ν et la vitesse de phase V, grandeurs inaccessibles à l'expérience, des valeurs arbitraires.

L'emploi de cette « para-mécanique » n'est pas à conseiller, du fait de sa complication inutile. Mais le fait qu'elle est possible prouve que nous devons considérer ν au même titre que le potentiel-vecteur, le mouvement absolu ou la permutation de deux particules de même nature, comme un *inobservable*.

Manuscrit reçu le 1er juillet 1945.

SUR LES PROPRIETÉS OPTIQUES DES COUCHES MÉTALLIQUES MINCES. I

Par N. CABRERA.

Docteur ès Sciences.
Bureau International des Poids et Mesures.

Sommaire. — Les couches métalliques minces (transparentes) se séparent en deux groupes : couches épaisses continues et couches très minces granulaires. Les propriétés optiques des premières doivent être un prolongement de celles du métal massif; l'auteur discute les mesures de Krautkramer [1] sur des couches de Ag et Au. Pour le Ag on trouve sensiblement les mêmes caractéristiques que pour le métal massif, en particulier le nombre n d'électrons libres par atome est ~ 1; pour le Au, pour lequel les mesures sur le métal massif ou opaque ont donné $n = 0{,}75$, les couches minces conduisent à $n \sim 1$, en meilleur accord avec la théorie électronique du métal Au. Il est donc nécessaire de refaire des mesures avec des couches opaques de Au. Une publication ultérieure étudiera les propriétés optiques des couches granulaires.

Introduction. — Les couches métalliques minces et leurs propriétés ont été l'objet de nombreux travaux récents.

Lovell, Appleyard et autres [2] ont mesuré la conductibilité électrique des couches minces des métaux alcalins entre 64° K et 90° K dans des conditions expérimentales remarquables. A température constante, et au-dessus d'une certaine épaisseur critique, les couches sont stables et continues et présentent une conductibilité sensible; au-dessous, il se produit des fissures, le métal ayant tendance à s'agglomérer en grains, la conductibilité diminue et devient nulle. Pour les couches continues ils ont interprété leurs résultats en admettant une diminution du libre parcours moyen des électrons due aux collisions inélastiques sur les parois, hypothèse introduite déjà par J.-J. Thomson [3].

En ce qui concerne les propriétés optiques, on n'a pas encore fait, à ma connaissance, d'expériences analogues. Néanmoins, les métaux nobles Ag et Au ont été étudiés à la température ambiante et au-dessus par Krautkramer [1] assez soigneusement, quoique seulement dans le spectre visible; ces expériences permettent aussi de séparer les couches en deux groupes bien distincts, l'un correspondant aux couches épaisses et continues, l'autre aux couches très minces formées de grains indépendants. L'existence de ces grains a été d'ailleurs confirmée par l'observation directe au microscope électronique [4]. L'épaisseur critique, séparant les deux groupes, est différente d'un métal à l'autre, et d'autant plus grande que la température est plus élevée.

Les propriétés optiques des couches continues doivent pouvoir s'interpréter dans le cadre de la théorie électronique des métaux, en y ajoutant l'hypothèse de J.-J. Thomson. Nous nous proposons donc, après avoir résumé l'état actuel de la théorie des propriétés optiques du métal massif (Chap. I), de discuter les résultats des mesures de Krautkramer sur les métaux Ag et Au en couche continue (Chap. II). Dans un dernier chapitre, qui sera publié plus tard, nous étudierons les propriétés optiques des couches granulaires, qui doivent être envisagées d'un point de vue différent.

I. Propriétés optiques des métaux massifs [5].

— Soit K la *constante diélectrique complexe*; elle est donnée en fonction de n (indice de réfraction) et k (coefficient d'extinction) par la loi de Maxwell

$$K = (n - ik)^2 = n^2 - k^2 - i2nk.$$

La partie réelle $n^2 - k^2$ représente la *constante diélectrique* du milieu, fonction de la longueur d'onde λ et que nous appellerons $\varepsilon(\lambda)$. La partie imaginaire $2nk$: est liée à l'absorption d'énergie par sec et cm³ : $nk\nu\,|E|^2$ ($\vec{E}$ vecteur électrique, ν fréquence de l'onde lumineuse), fonction également de λ; nous appellerons $\sigma(\lambda) = nk\nu$ la *conductibilité* pour la longueur d'onde λ. Évidemment pour $\lambda \to \infty$, σ et ε tendent vers les constantes statiques ε_0 et σ_0. Finalement, le facteur de réflexion sous incidence normale r^2, est donné par la formule

$$r^2 = \frac{(n-1)^2 + k^2}{(n+1)^2 + k^2}.$$

La théorie permet de calculer les fonctions $\varepsilon(\lambda)$ et $\sigma(\lambda)$.

1. Cristal parfait. Absorption photoélectrique interne. — Supposons d'abord un cristal métallique parfait, c'est-à-dire n'ayant pas de traces d'impuretés ni de tensions, et maintenu au zéro absolu. Les électrons se classent alors en

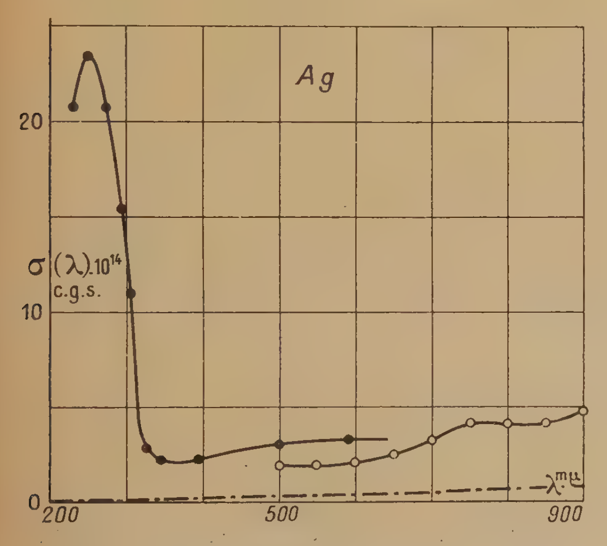


Fig. 1. — $\sigma(\lambda)$ d'après Minor (*Ann. der Physik*, 1903, **10**, p. 581) : ●, et Kretzmann (*Id.*, 1940, **37**, p. 303) : ○.
–·–·. $\sigma_r(\lambda)$ calculée d'après la résistivité à 0°C : $\rho_0 = 1{,}5 . 10^{-6}\,\Omega$.cm.

niveaux énergétiques disposés par bandes (zones de Brillouin), entre lesquelles il y a des zones d'énergie interdite. Les électrons des bandes plus profondes restent attachés aux noyaux formant le réseau cristallin. La bande au-dessus (bande de conductibilité) est en général en partie vide, et les électrons qui l'occupent sont libres. Entre cette bande de conductibilité et les bandes supérieures vides, il peut exister une zone d'énergie interdite.

Un photon d'énergie $h\nu$ peut être absorbé par le métal en provoquant la transition d'un électron d'un niveau occupé dans une bande à un autre vide appartenant à une autre bande, la différence des énergies étant égale à $h\nu$; c'est ce qu'on appelle l'*absorption photoélectrique interne.* La connaissance actuelle de la distribution des niveaux ne permet pas un calcul exact de la probabilité des transitions, d'où l'on tirerait la conductibilité correspondante $\sigma_{ph}(\nu)$ [6]. Néanmoins, on peut dire que l'absorption se produira pour les longueurs d'onde inférieures à λ_1, telle que $h\nu_1$ soit égal à la diffé-

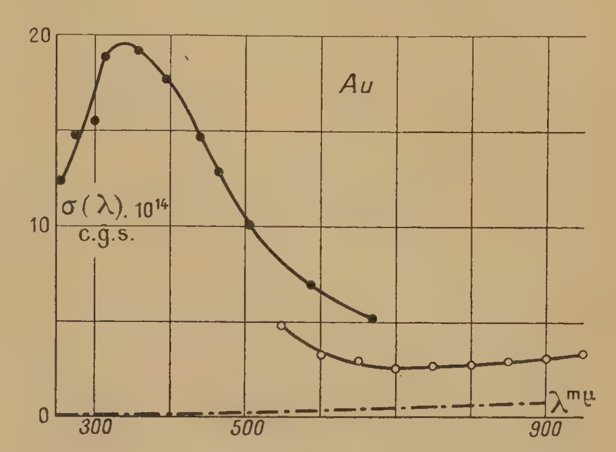


Fig. 2. — $\sigma(\lambda)$ d'après Meir (*Ann. der Physik*, 1910, **31**, p. 1017) : ●, et Kretzmann : ○.
–·–·. $\sigma_r(\lambda)$ calculée d'après la résistivité à 0°C : $\rho_0 = 2{,}04 . 10^{-6}\,\Omega$.cm.

rence d'énergie entre le niveau occupé supérieur de la bande de conductibilité et le niveau correspondant de la zone immédiatement au-dessus, et corresponde à l'énergie la plus petite qui peut être absorbée par effet photoélectrique interne. Dans les figures 1 et 2 sont représentées les courbes expérimentales de $\sigma(\lambda)$ pour les métaux Ag et Au. L'on y voit les bandes d'absorption photoélectrique qui commencent à $\lambda_1 \sim 0^{\mu},320$ pour l'argent et à $\lambda_1 \sim 0^{\mu},600$ pour l'or.

On remarque tout de suite que les courbes $\sigma(\lambda)$ expérimentales ne s'annulent pas pour $\lambda > \lambda_1$; en plus de l'absorption photoélectrique σ_{ph} il y a une absorption σ_r due au fait que nous n'avons pas un cristal parfait (*voir* 2). Il pourrait aussi y avoir une contribution due aux transitions secondaires entre des zones supérieures, normalement vides; cette contribution doit, dans tous les cas, être petite.

Le calcul de la dispersion de la constante diélectrique $\varepsilon(\nu)$ peut se faire à l'aide de la formule de Kramers-Heisenberg; l'on obtient [7]

$$\varepsilon - 1 = (\varepsilon - 1)_{\text{ion}} - \frac{n e^2 A}{\pi m \nu^2 \Omega} + \frac{4}{\pi}\int \frac{\sigma_{ph}(\nu')\,d\nu'}{\nu'^2 - \nu^2}. \qquad (1)$$

Le premier terme correspond à la contribution des électrons liés aux noyaux, occupant les zones inférieures; il peut être calculé d'après les polari-

sabilités α des ions [8]. Dans le visible, on peut admettre

$$(\varepsilon - 1)_{ion} = 4\pi N\alpha,$$

N étant le nombre d'ions par cm³. D'autre part, la considération des interactions entre les ions conduisent à la formule de Lorenz-Lorentz

$$\left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}\right)_{ion} = \frac{4\pi}{3} N\alpha.$$

Les deux formules donnent des valeurs nettement différentes pour $(\varepsilon - 1)_{ion}$; dans le cas des ions Ag^+ et Au^+ on obtient

$$(\varepsilon - 1)_{Ag^+} = 2,3 \text{ ou } 1,3; \qquad (\varepsilon - 1)_{Au^+} = 3 \text{ ou } 1,5, \quad (2)$$

suivant que l'on applique ou non la correction de Lorenz-Lorentz; la valeur correcte doit être intermédiaire. C'est un point qui nécessite une étude plus approfondie [9].

Les deux autres termes dans la formule (1) correspondent aux électrons occupant la zone de conductibilité; n représente le nombre effectif d'électrons libres par atome, qui n'est pas nécessairement entier et égal au nombre d'électrons de valence, surtout lorsque la bande de conductibilité est presque pleine (à la limite, lorsqu'elle est pleine $n = 0$). A est le nombre d'Avogadro et Ω le volume atomique du métal (en cm³ par atome-gramme) [10]. L'intégrale, appelons-la $(\varepsilon - 1)_{ph}$, peut être approximativement évaluée en utilisant les courbes expérimentales de $\sigma(\lambda)$, après avoir retranché ce qui ne se rapporte pas à l'absorption photoélectrique. On obtient ainsi pour l'argent les valeurs suivantes :

Tableau I.

	Ag.				
λ^{μ}.........	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8 → ∞
$(\varepsilon - 1)_{ph}$....	1,3	1,1	0,9	0,85	0,85 → 0,8

L'incertitude de la courbe σ pour l'or ne permet pas de calculer l'intégrale $(\varepsilon - 1)_{ph}$ correspondante; celle-ci doit être certainement plus grande que pour l'argent.

Nous obtenons donc pour ε, une expression de la forme

$$\varepsilon - [1 + (\varepsilon - 1)_{ion} + (\varepsilon - 1)_{ph}] = -\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^2 \qquad (3)$$

avec

$$\lambda_0^2 = \frac{\pi mc^2\Omega}{Ae^2n} = 1,84.10^{-3}\frac{\Omega}{n}\mu^2. \qquad (4)$$

La correction $[1 + (\varepsilon - 1)_{ion} + (\varepsilon - 1)_{ph}]$ devient constante et petite dans l'infrarouge; il est donc possible de déterminer λ_0 à l'aide de mesures dans l'infrarouge lointain, indépendamment de cette correction. Ceci a été fait par Krönig [11] à partir des mesures de Fösterling et Fréédericks [12]; en reprenant son calcul nous obtenons :

Ag........	$\lambda_0 = 0^{\mu},145$	$\frac{n}{\Omega} = 0,087$	$n = 0,90$
Au........	$\lambda_0 = 0^{\mu},158$	$\frac{n}{\Omega} = 0,074$	$n = 0,75$

On a utilisé pour Ω les valeurs correspondant à la température ambiante ($\Omega_{Ag} \sim \Omega_{Au} \sim 10,3$). Les renseignements que l'on peut tirer d'autres phénomènes conduisent à penser que $n \sim 1$ pour les deux

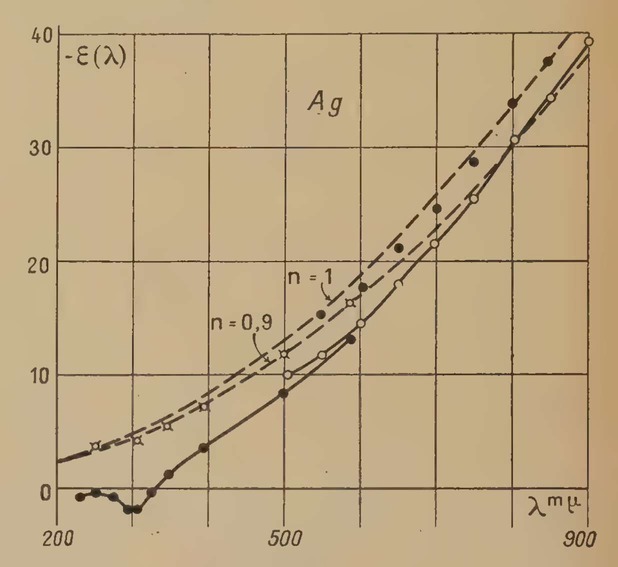


Fig. 3. — – $\varepsilon(\lambda)$ d'après Minor : ●, et Kretzmann : ○; ⊗, ⊙, après avoir appliqué la correction $[1 + (\varepsilon - 1)_{ion} + (\varepsilon - 1)_{ph}]$.
--- $-(\lambda/\lambda_0)^2$ avec $n = 0,9$ ou $n = 1,0$.

Erratum. — Sur la figure, les points noirs le long de la courbe supérieure, en haut à gauche, ont été mis à la place de ⊙.

métaux [13], les valeurs ci-dessus semblent donc petites particulièrement dans le cas du Au. De nouvelles mesures dans l'infrarouge semblent donc utiles.

Comparons maintenant la théorie à l'expérience pour le visible. Dans les figures 3 et 4 on a représenté, en traits pleins, les courbes expérimentales de $-\varepsilon(\lambda)$, et on les a comparées aux paraboles $(\lambda/\lambda_0)^2$, représentées en traits pointillés.

Pour l'argent après avoir ajouté à $-\varepsilon(\lambda)$ la correction $[1 + (\varepsilon - 1)_{ion} + (\varepsilon - 1)_{ph}]$ tirée de (2) et du Tableau I, on obtient un accord satisfaisant, surtout avec la parabole correspondant à $n = 1$, ainsi que l'exige la théorie générale.

Par contre, dans le cas de l'or, pour lequel la correction $[1 + \ldots]$ ne peut pas être calculée, mais qui doit être *grosso modo* constante dans l'infrarouge, la courbe expérimentale est parallèle à la parabole correspondant à $n = 0,75$, ce qui semble confirmer la valeur tirée de l'infrarouge lointain, mais est en désaccord avec la théorie générale.

2. Cristal imparfait. Absorption due a la résistance. — Dans un cristal parfait les atomes du réseau n'offrent aucune résistance aux vibrations des électrons libres, ceux-ci ne cèdent donc pas

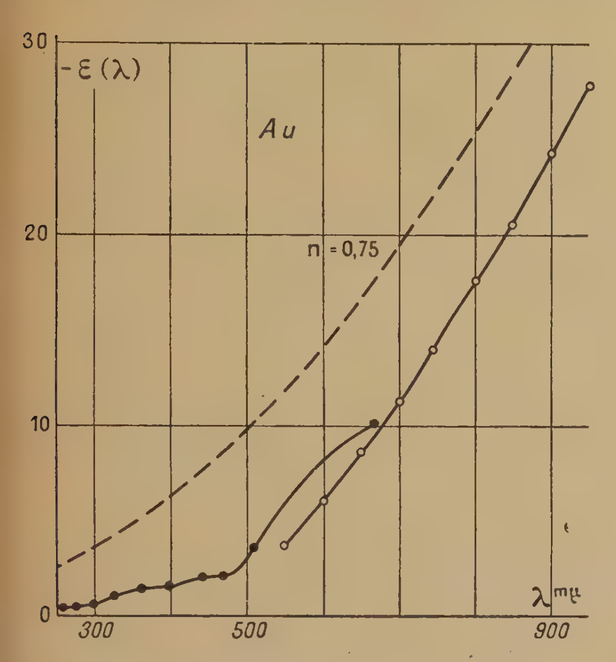


Fig. 4. — $-\varepsilon(\lambda)$ d'après Meier : ●, et Kretztmann ○.
- - - $-(\lambda_0/\lambda)^2$ avec $n = 0{,}75$.

d'énergie lumineuse au réseau; il n'y a que l'énergie absorbée par effet photoélectrique. Par contre, dans un cristal imparfait, les électrons libres subissent des collisions avec les atomes déplacés de leur position d'équilibre et échangent de l'énergie avec eux; il y a donc une absorption supplémentaire de l'énergie lumineuse; nous appellerons $\sigma_r(\lambda)$ la conductibilité correspondante. Pour tenir compte d'une façon formelle de cette absorption d'énergie, ou si l'on veut de l'amortissement des vibrations des électrons libres, on introduit un temps de relaxation τ, égal à la moitié du temps entre deux collisions, et que l'on peut écrire

$$\tau = \frac{m\Omega}{ne^2A}\,\frac{1}{\rho},$$

où ρ a les dimensions d'une résistivité électrique. Le libre parcours moyen correspondant l sera défini par

$$l = 2\tau v; \qquad v = \frac{h}{2m}\left(\frac{3}{\pi}\,\frac{n}{\Omega}A\right)^{\frac{1}{3}},$$

v étant la vitesse des électrons libres occupant le niveau le plus élevé dans la bande de conductibilité. On en tire pour l l'expression numérique

$$l = 3{,}55.10^{-5}\left(\frac{\Omega}{n}\right)^{\frac{2}{3}}\frac{1}{\rho} \qquad \text{en m}\mu, \tag{5}$$

ρ étant écrit en Ω.cm. Évidemment, pour des longueurs d'onde très grandes, ρ doit coïncider avec la résistivité ρ_0 statique; mais ce n'est pas nécessairement le cas pour les longueurs d'onde du visible, comme ce n'est certainement pas vrai pour les longueurs d'onde de l'ordre du libre parcours moyen l_0 tiré de (5) avec $\rho = \rho_0$. Nous admettrons néanmoins que ρ, et par conséquent τ et l sont indépendantes de la longueur d'onde. Le calcul conduit [14], dans ces conditions, aux équations

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon(\lambda) &= 1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^2 \frac{1}{1+\left(\frac{\lambda}{\lambda_\tau}\right)^2}; \\ \sigma_r(\lambda) &= \frac{1}{2}\,\frac{c}{\lambda_\tau}\,\frac{\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^2}{1+\left(\frac{\lambda}{\lambda_\tau}\right)^2}, \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

où

$$\lambda_\tau = 2\pi c\tau = 1{,}10.10^{-5}\,\frac{\Omega}{n}\,\frac{1}{\rho}\,\mu = 312\left(\frac{\Omega}{n}\right)^{\frac{1}{3}} l\mu, \tag{7}$$

ρ étant écrit en Ω.cm et l en mμ.

Lorsque $\lambda \to \infty$, les formules (6) doivent donner les constantes statiques ε_0 et σ_0. La formule pour σ_r tend vers $\rho^{-1} = \sigma_0$, comme il fallait s'y attendre. Celle correspondant à ε, fournit l'expression

$$\varepsilon_0 = -\left(\frac{\lambda_\tau}{\lambda_0}\right)^2 = -\frac{4\pi m\Omega}{Ae^2n}\,\rho_0^2 \tag{8}$$

pour la constante diélectrique des métaux; formule qui peut être utile par exemple dans les problèmes de propagation des ondes électromagnétiques.

Les formules (6) sont applicables, nous répétons, aux électrons de la bande de conductibilité et ont été obtenues dans l'hypothèse des électrons complètement libres. Il faut donc ajouter les contributions dues à l'existence du réseau et qui ont été discutées au paragraphe 1. En somme on arrive à une expression générale de la forme

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon(\lambda) &= 1 + (\varepsilon-1)_{\text{ion}} + (\varepsilon-1)_{\text{ph}} - \left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^2 \frac{1}{1+\left(\frac{\lambda}{\lambda_\tau}\right)^2}; \\ \sigma(\lambda) &= \sigma_{\text{ph}}(\lambda) + \frac{1}{2}\,\frac{c}{\lambda_\tau}\,\frac{\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^2}{1+\left(\frac{\lambda}{\lambda_\tau}\right)^2}. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Évidemment ce sont des expressions approchées; dans une deuxième approximation [15] il faudrait tenir compte de l'influence des imperfections du réseau sur σ_{ph} et $(\varepsilon - 1)_{\text{ph}}$.

Ainsi qu'on peut le voir, il faut que $\frac{\lambda_0}{\lambda_\tau} > 0{,}01$ pour que l'influence de la résistance sur la constante diélectrique soit notable dans le domaine considéré. Pour les métaux Ag et Au $\frac{\lambda_0}{\lambda_\tau} < 0{,}01$; c'est à cause de cela que nous avons discuté au paragraphe 1

les résultats expérimentaux sans plus attendre.

Par contre, l'absorption due à la résistance est toujours notable et augmente comme λ^2; on peut d'ailleurs écrire, lorsque $\frac{\lambda_0}{\lambda_\tau} < 0{,}01$,

$$\sigma_r = \frac{1}{2}\,\frac{c}{\lambda_\tau}\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^2. \tag{10}$$

Ceci peut choquer à première vue puisque l'on sait que les métaux sont tous très bons réflecteurs pour l'infrarouge; il faut remarquer que σ représente l'absorption par cm^3, or, dans une réflexion, le fait d'une grande absorption entraîne une très faible pénétration dans le métal, donc le volume de métal atteint est beaucoup plus petit dans l'infrarouge que dans le visible.

Entre les diverses causes qui produisent l'irrégularité du réseau métallique, on distingue : 1° la vibration thermique des ions autour de leur position d'équilibre; 2° la déformation des cristaux à cause des tensions internes; 3° la présence d'atomes étrangers (impuretés) qui déforment aussi le réseau; 4° l'existence des surfaces de séparation entre les divers cristaux d'un échantillon polycristallin. Pour chacun de ces effets on peut définir un temps de relaxation τ_i; d'autre part $\frac{1}{\tau_i}$ signifie le nombre de collisions par seconde que subit un électron, donc en première approximation le nombre total par seconde de collisions de toutes sortes $\frac{1}{\tau}$ sera

$$\frac{1}{\tau} = \sum \frac{1}{\tau_i},$$

donc, d'après (10), les absorptions dues aux différents effets s'ajoutent en première approximation.

Sur les figures 1 et 2 nous avons représenté les courbes σ_r pour l'argent et l'or en prenant pour ρ la valeur de la résistivité du métal pur à 0° C (Ag : $\rho_0 = 1{,}5.10^{-6}\,\Omega$.cm, $\lambda_\tau = 74\,\mu$; Au : $\rho_0 = 2{,}04.10^{-6}\,\Omega$.cm, $\lambda_\tau = 66\,\mu$); l'on voit que la vibration thermique ne suffit pas pour expliquer les valeurs expérimentales de σ, ceci se comprend puisque les expériences de Minor et Meier ont été faites sur des métaux polis profondément, ce qui introduit des tensions et des impuretés dans ce qu'on appelle la couche polycristalline de Bailby. D'ailleurs on remarquera que les σ de Kretzmann, qui a travaillé en obtenant des couches épaisses par évaporation du métal dans le vide, sont nettement plus faibles; les tensions ne sont néanmoins pas inexistantes dans ces couches, ainsi que l'a prouvé Lovell [16] dans ses recherches sur la conductibilité; d'ailleurs, elles sont polycristallines ainsi que l'ont établi les études par diffraction électronique, et finalement il est très difficile d'éviter la présence d'impuretés. Dans tous les cas, la contribution des différentes causes de résistance ne sera décidée que par des mesures plus soignées des constantes optiques, analogues à celles faites par Lovell pour la conductibilité des couches épaisses.

II. **Propriétés optiques des couches métalliques continues.** — Supposons une couche métallique plane parallèle indéfinie d'épaisseur d, homogène avec des constantes optiques n et k, et placée entre l'air et un support non absorbant (verre) d'indice n_0. La théorie classique permet de calculer assez facilement les facteurs de réflexion (R_a côté air, R_v côté verre) et transmission (T) pour l'incidence normale [17]. Les formules finales sont :

$$\left.\begin{aligned} R_a &= \frac{r_1^2 - 2 r_1 r_2 e^{-q}\cos(p - \alpha_1 + \alpha_2) + r_2^2 e^{-2q}}{1 - 2 r_1 r_2 e^{-q}\cos(p + \alpha_1 + \alpha_2) + r_1^2 r_2^2 e^{-2q}},\\ R_v &= \frac{r_2^2 - 2 r_1 r_2 e^{-q}\cos(p + \alpha_1 - \alpha_2) + r_1^2 e^{-2q}}{1 - 2 r_1 r_2 e^{-q}\cos(p + \alpha_1 + \alpha_2) + r_1^2 r_2^2 e^{-2q}},\\ T &= \frac{n_0 r_1'^2 r_2'^2 e^{-q}}{1 - 2 r_1 r_2 e^{-q}\cos(p + \alpha_1 + \alpha_2) + r_1^2 r_2^2 e^{-2q}}; \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

où

$$r_1^2 = \frac{(1-n)^2 + k^2}{(1+n)^2 + k^2}, \qquad r_2^2 = \frac{(n_0 - n)^2 + k^2}{(n_0 + n)^2 + k^2},$$

$$r_1'^2 = \frac{4}{(1+n)^2 + k^2}, \qquad r_2'^2 = \frac{4(n^2 + k^2)}{(n_0 + n)^2 + k^2},$$

$$\operatorname{tang}\alpha_1 = \frac{2k}{n^2 + k^2 - 1}, \qquad \operatorname{tang}\alpha_2 = \frac{2 n_0 k}{n^2 + k^2 - n_0^2},$$

$$q = \frac{4\pi k}{\lambda}\,d, \qquad p = \frac{4\pi n}{\lambda}\,d.$$

En appliquant ces formules à une couche expérimentale, nous négligeons naturellement la diffusion due aux défauts de planéité de la surface et au fait que celle-ci n'est pas indéfinie. A titre d'exemple, nous avons représenté sur les figures 5 et 6 les facteurs R_a, R_v et T donnés par les formules (11) avec $\lambda = 0{,}55\,\mu$, supposant pour n et k les valeurs $n = 0{,}1$, $k = 3{,}7$ et $n = 0{,}45$, $k = 2{,}6$, et suivant deux méthodes de représentation différentes.

Krautkramer [1] a mesuré dans le spectre visible les facteurs R_a, R_v et T correspondant à des couches d'argent et d'or évaporées dans le vide et déposées sur du quartz. Ses résultats pour $\lambda = 0{,}55\,\mu$ sont reproduits aussi sur les figures 5 et 6.

On constate tout de suite que les points expérimentaux de Krautkramer, qui coïncident avec les courbes théoriques pour les couches épaisses, s'en éloignent de plus en plus pour les couches minces; en particulier celles-ci présentent une absorption plus grande que celle qui laisseraient prévoir les formules (11), en admettant que n et k sont constantes. La courbe $R_a + T$ pour n et k constantes présente bien un léger minimum dû à des réflexions multiples; mais il est loin d'être comparable à celui donné par les résultats expérimentaux. Les constantes n et k sont donc variables avec l'épaisseur; pour les épaisseurs supérieures à $\sim 15\,m\mu$ la variation est faible, et l'on peut à la rigueur donner à n et k des valeurs moyennes qui représentent assez bien

l'expérience, ainsi que l'a fait Haringhnizen [18]

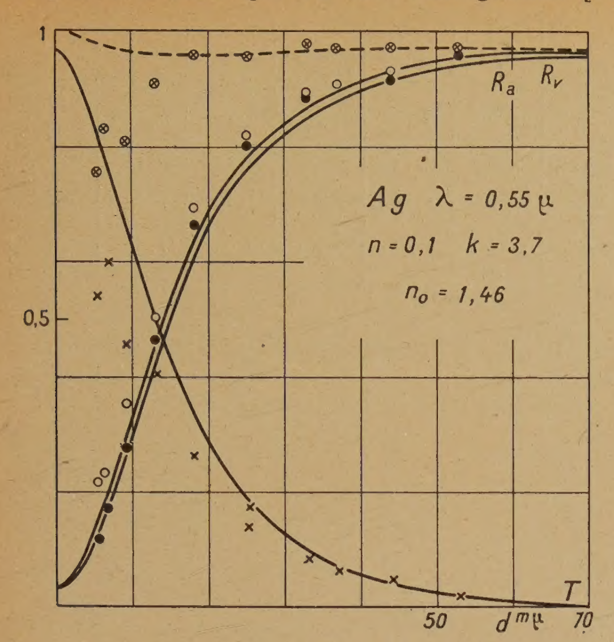


Fig. 5. — R_a, R_v et T, $--R_a + T$; en fonction de l'épaisseur (support de quartz), d'après les formules (11), admettant $n = 0{,}1$, $k = 3{,}7$ pour toutes les épaisseurs.
○ : R_a; ● : R_v; × : T; ⊗ : $R_a + T$; d'après Krautkramer.

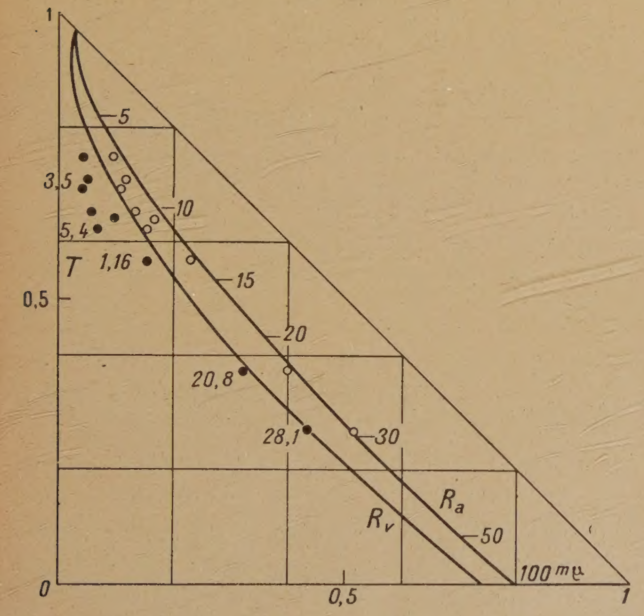


Fig. 6. — Au $\lambda = 0{,}55\,\mu$, $n = 0{,}45$, $k = 2{,}6$, $n_0 = 1{,}46$. — R_a, R_v en fonction de T (support en quartz), d'après les formules (11) avec $n = 0{,}45$, $k = 2{,}6$ pour toutes les épaisseurs, indiquées à droite des courbes. ○ : R_a; ● : R_v, d'après Krautkramer; les épaisseurs mesurées sont à gauche de quelques couples de points.

Erratum. — Sur la figure, colonne de gauche, 3e carré à partir du bas, *lire :* 11,6 *au lieu de :* 1,16.

pour l'or; par contre, au-dessous les constantes n et k diffèrent complètement.

Krautkramer a entrepris le calcul, à l'aide des formules (11), des n et k correspondant à chaque λ et à chaque épaisseur. Ceci est relativement facile si l'on connaît d [17], qui est mesuré en admettant que la densité du métal en couche mince est la même que celle du métal massif; ce résultat semble être d'ailleurs parfaitement établi par l'observation de la diffraction des électrons par des couches minces [4].

Nous nous proposons d'interpréter les constantes n et k calculées par Krautkramer, dans le cadre de la théorie électronique des métaux, particulièrement celles correspondant aux couches épaisses ($d > 15$ mμ). Pour les couches très minces les calculs de Krautkramer donnent des n et k très différents; or, nous savons que ces couches ne sont plus homogènes mais granulaires, l'épaisseur d n'est donc plus définie et les formules (11) ne sont pas directement applicables; en somme les calculs de Krautkramer ont une valeur douteuse. Nous reprendrons dans le Chapitre III, qui sera publié ultérieurement, la discussion des propriétés optiques de ces couches.

Examinons donc les résultats expérimentaux de Krautkramer pour l'argent et l'or, d'abord du point de vue de la constante diélectrique ε, ensuite du point de vue de la conductibilité σ.

1. Constante diélectrique. — Pour les épaisseurs supérieures à 10 mμ (environ 30 couches monoatomiques), le schéma des niveaux énergétiques ne doit pas être modifié sensiblement par rapport à celui du métal massif. Donc on doit supposer que σ_{ph}, n, Ω, et par conséquent λ_0 sont les mêmes; on en déduit que la constante diélectrique $\varepsilon = n^2 - k^2$ doit être aussi la même, pourvu que λ_τ n'ait pas trop varié.

Sur les figures 7 et 8 nous avons porté les résultats expérimentaux de Krautkramer pour diverses épaisseurs d; dans le but d'éviter la superposition des courbes, nous les avons déplacées verticalement d'une quantité variable, indiquée à côté de chaque courbe.

Pour l'argent (*fig.* 7), utilisant la correction $[1 + (\varepsilon - 1)_{ion} + (\varepsilon - 1)_{ph}]$ tirée de (2) et du Tableau I, nous avons calculé les courbes tracées en traits pleins et correspondant aux valeurs de $\lambda_0 \left(\text{ou } \frac{n}{\Omega}\right)$ données au Tableau II. Pour $d < 15$ mμ les résultats expérimentaux prennent une allure différente, qui peut être interprétée par les formules générales (9) en utilisant les valeurs de λ_0 et λ_τ du Tableau II. Nous avons déjà signalé que cette interprétation n'est pas correcte, les couches n'étant plus continues mais granulaires. Les courbes, dessinées en traits pointillés, pour $d \leqq 9{,}2$ mμ sont expérimentales et ont une signification douteuse. Sur les courbes théoriques ($d \gtrless 15$ mμ) on constate tout de suite que λ_0 est à peu près constante et la

TABLEAU II. — *Valeurs de λ_0 et λ_τ en fonction de l'épaisseur pour* Ag.

$d^{m\mu}$.	53	44	37	33	25,3	25,1	18,1	13,1	13,1	9,2	6,4	5,4
λ_0^μ	0,137	0,140	0,133	0,132	0,135	0,128	0,129	0,129	0,134	0,123	0,126	0,115
$\frac{n}{\Omega}$	0,097	0,094	0,104	0,105	0,101	0,113	0,111	0,111	0.103	0,123	0,116	0,139
λ_τ^μ	20,8	18,6	14,4	18,6	11,6	11,3	10,8	4,86	4,81	1,79	1,85	0,94
$\rho^{10^{-6}}(\Omega.\text{cm})$....	5,4	6,3	7,3	5,6	9,4	8,6	9,1	20,4	22,2	50,2	51,3	84,0

même que pour le métal massif (∞, sur la figure 7). D'ailleurs, en prenant la moyenne des valeurs de $\frac{n}{\Omega}$ données par le Tableau II pour $d \geq 13,1$ mμ, et en admettant $\Omega = 10,3$, on tire pour n la valeur

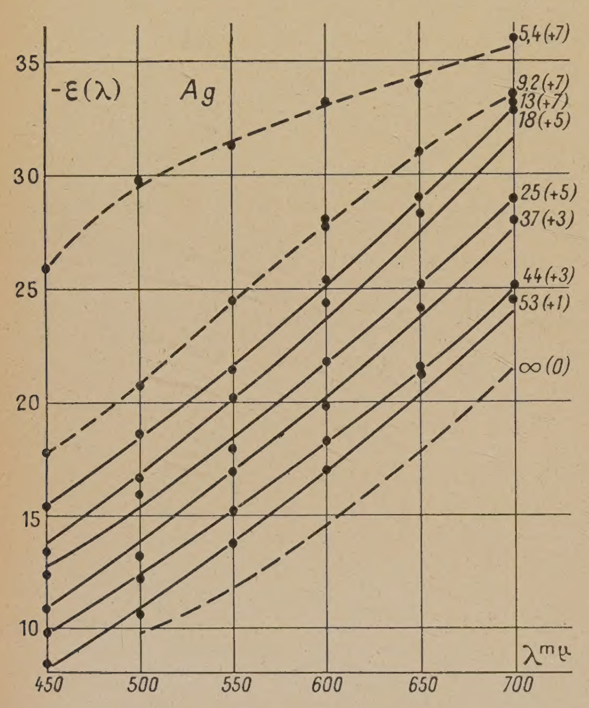


Fig. 7. — $-\varepsilon(\lambda)$ d'après Krautkramer : ●, pour diverses épaisseurs de Ag. Les points correspondant à chaque épaisseur ont été déplacés verticalement de la quantité indiquée entre parenthèses. — Courbes calculées théoriquement; – – courbes expérimentales.

moyenne $n = 1,07$, ce qui confirme les résultats de Kretzmann sur le métal massif. On peut néanmoins déceler sur le Tableau II une augmentation très faible de $\frac{n}{\Omega}$, même pour $d \geq 13,1$ mμ. On pourrait avancer, pour expliquer cette augmentation, l'hypothèse d'une diminution du volume atomique Ω, due à un effet de tension superficielle. En effet, une diminution même faible de Ω entraîne une augmentation de $\frac{n}{\Omega}$, surtout lorsque la bande de conductibilité est presque pleine. Or, nous avons déjà signalé que les observations par diffraction électronique n'ont décelé aucune variation de Ω [4].

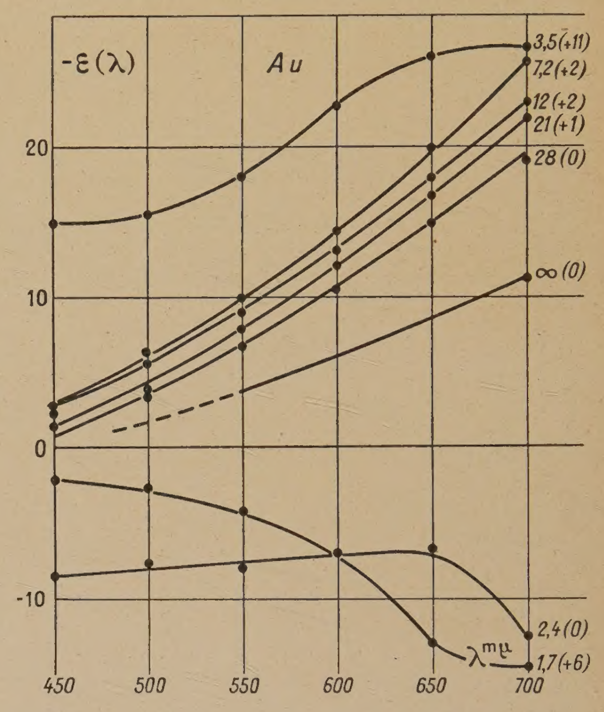


Fig. 8. — $-\varepsilon(\lambda)$ d'après Krautkramer : ●, pour diverses épaisseurs de Au. Les points correspondant à chaque épaisseur ont été déplacés verticalement de la quantité indiquée entre parenthèses. — Courbes expérimentales.

Pour l'or (*fig.* 8), l'incertitude sur σ_{ph} ne permet pas de faire des calculs analogues; l'on constate néanmoins que les courbes expérimentales dessinées sont pour $d > 10$ mμ à peu près parallèles, ce qui indique que λ_0 est constante. D'autre part, elles présentent une pente beaucoup plus prononcée que la courbe de Kretzmann pour le métal massif (∞, sur la figure 8). Cette pente doit conduire à des valeurs de $n \sim 1$, ce qui serait d'accord avec la théorie générale. Quoi qu'il en soit, des nouvelles mesures avec des couches très épaisses de Au sont nécessaires. Pour $d < 10$ mμ, les courbes prennent une allure tout à fait différente (en particulier ε devient

positif) et doivent être interprétées sur la base de la formation de couches granulaires (*voir* Chap. III).

2. Absorption. — Nous avons déjà dit que σ_{ph} doit être égale à celle correspondant au métal massif, en tout cas pour $d > 10$ mμ. Par contre, en plus des facteurs connus déterminant la conductibilité σ_r, il doit y intervenir un autre dû aux collisions des électrons libres sur les parois de la couche métallique.

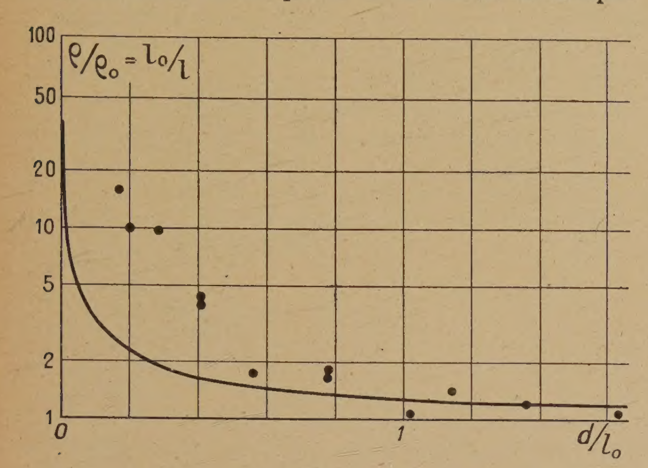


Fig. 9. — Résistivité ρ d'une couche d'épaisseur d : — courbe théorique de Fuchs; ● : valeurs de ρ (Tableau II), calculées à partir des expériences de Krautkramer avec des couches de Ag; $\rho_0 = 5{,}2 \cdot 10^{-6}\ \Omega$.cm, $l_0 = 32{,}4$ mμ.

Habituellement on représente la surface du métal (supposée plane) simplement par un saut de l'énergie potentielle de l'électron, constant sur toute la surface; dans ces conditions, les collisions sont élastiques et n'entraînent pas d'absorption d'énergie. Or, il semble évident que, même si la surface du métal est parfaitement plane, c'est-à-dire même si elle coïncide avec un plan réticulaire du cristal, le saut de potentiel n'est pas le même dans un point occupé par un ion que dans un point vide, donc les collisions ne peuvent pas être purement élastiques. On peut alors choisir l'autre extrême et supposer que les chocs sont toujours inélastiques, en particulier que la direction des électrons après réflexion est indépendante de la direction incidente; c'est-à-dire, le libre parcours moyen des électrons diminue à cause des collisions avec les parois, et ceci d'autant plus que l'épaisseur d de la couche devient plus petite. Cette idée a été introduite il y a longtemps par J.-J. Thomson [3], et reprise récemment par Lovell [2] pour expliquer ses belles recherches sur la conductibilité des couches minces. Finalement Fuchs [19] a traité le problème d'une façon générale; la formule obtenue par Fuchs étant très compliquée, nous l'avons représentée sur la figure 9 en prenant $\frac{\rho}{\rho_0}$ comme ordonnées (en échelle logarithmique) et $\frac{d}{l_0}$ comme abscisse (en échelle ordinaire); ρ_0 et l_0 sont la résistivité et le libre parcours moyen dans le métal massif (dans ρ_0 sont comprises toutes les causes d'irrégularité du réseau : température, impuretés, tensions, ..., les tensions étant certainement très importantes, ainsi

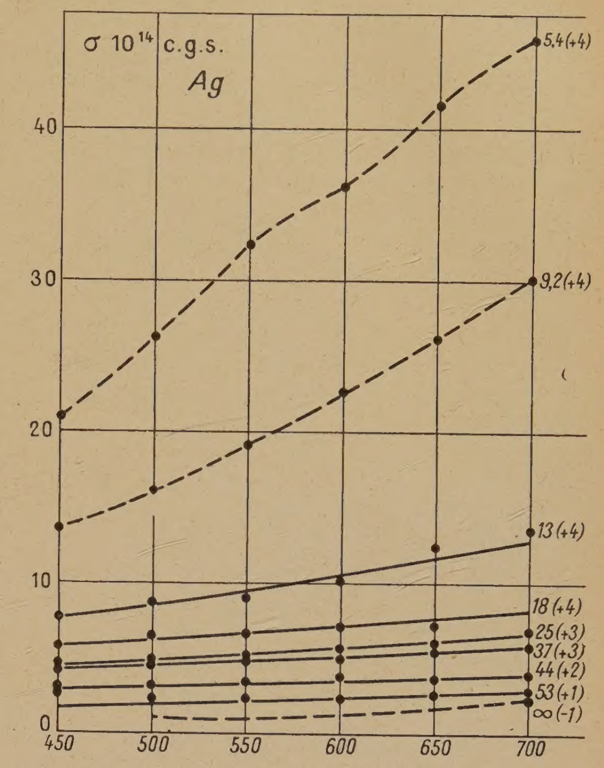


Fig. 10. — $\sigma(\lambda)$ d'après Krautkramer : ●, pour diverses épaisseurs de Ag. Les points correspondant à chaque épaisseur ont été déplacés verticalement de la quantité indiquée entre parenthèses. — Courbes calculées théoriquement; – – courbes expérimentales.

que l'a prouvé Lovell [16]), ρ et l la résistivité et le libre parcours moyen dans la couche d'épaisseur d.

Fuchs a d'ailleurs considéré un cas plus général, admettant que dans les collisions avec les parois il y a une proportion ε' de collisions élastiques. Les résultats expérimentaux de Lovell pour la conductibilité électrique des couches de Cs semblent indiquer que $\varepsilon' = 0$ pour les épaisseurs très faibles ($d \ll l_0$), mais au fur et à mesure que d s'approche de l_0, $\varepsilon' \to 0{,}9$. La courbe de la figure 9 est celle correspondant à $\varepsilon' = 0$, et nous admettons qu'elle reste valable pour toutes les épaisseurs.

En revenant aux propriétés optiques, nous avons représenté, sur les figures 10 et 11, les résultats expérimentaux de Krautkramer pour σ. Nous avons aussi évité la superposition des courbes par déplacement vertical d'une quantité variable indiquée entre parenthèses à côté de chaque courbe.

Dans le cas de l'argent (*fig.* 10), signalons tout d'abord que les courbes correspondant aux grandes épaisseurs ($d = 53$ et 44 mμ) sont au-dessous de celle obtenue par Kretzmann (∞ sur la figure)

pour le métal massif; ceci semble indiquer que Krautkramer a mieux réussi à éviter les impuretés. L'ensemble des courbes peut être interprété par la

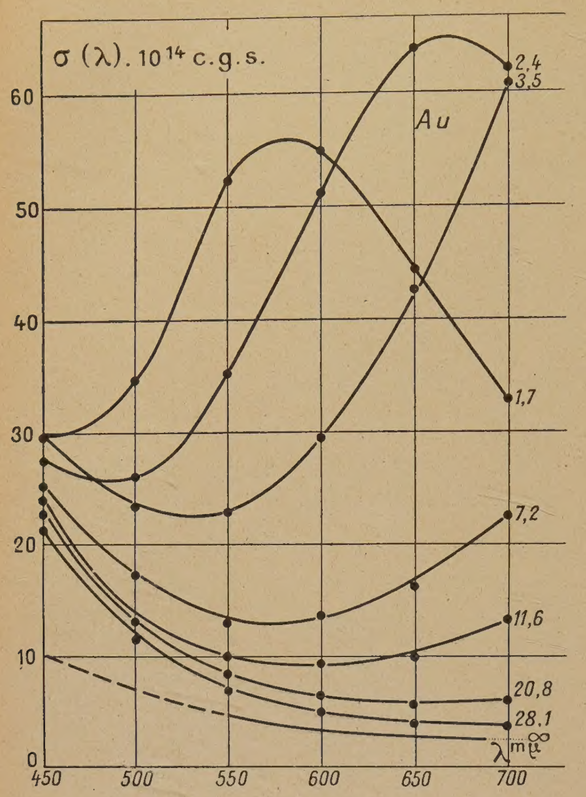


Fig. 11. — $\sigma(\lambda)$ d'après Krautkramer; ●, pour diverses épaisseurs de Au. — Courbes expérimentales.

formule (9) pour σ, en utilisant les valeurs de λ_0 et λ_τ, données dans le Tableau II. Pour $d > 13{,}1$ mμ cette interprétation est correcte, et conduit à une augmentation de ρ avec l'épaisseur décroissante qui est indiquée dans la dernière ligne du Tableau II. Pour $d < 13{,}1$ mμ, cette interprétation n'est plus valable; nous avons déjà dit qu'il faut admettre que la couche est granulaire (*voir* Chap. III).

Pour essayer d'expliquer l'augmentation de ρ pour les faibles épaisseurs (tout au moins celle correspondant à $d > 13{,}1$ mμ), nous avons porté sur la figure 9 les valeurs de ρ tirées du Tableau II, en prenant $\frac{\Omega}{n} = 10{,}3$, et une valeur de $\rho_0 = 5{,}2.10^{-6}\,\Omega$.cm (d'où $l_0 = 32{,}4$ mμ), telle que la valeur expérimentale $\rho = 6{,}3.10^{-6}\,\Omega$.cm pour $d = 44$ mμ coïncide avec la courbe théorique. On constate que pour $d \sim 18$ m$\mu = 0{,}56\,l_0$ les résistivités expérimentales commencent à être plus grandes que celles calculées. Ceci peut être dû au commencement d'une agglomération; on peut en effet penser qu'il se produit des fissures dans la couche (structure en mosaïques) qui reste à peu près continue du point de vue des propriétés optiques, mais qui présente de ce fait une plus grande absorption. Pour les très faibles épaisseurs finalement, les valeurs de ρ du Tableau II sont certainement trop grandes et ne peuvent pas être interprétées par les collisions avec les parois; l'augmentation de σ est alors certainement due à ce que la couche est granulaire.

Dans le cas de l'or (*fig.* 11) et pour $d > 10$ mμ, il est intéressant de signaler que l'absorption photoélectrique σ_{ph} commence à la même longueur d'onde ($\lambda_1 \sim 600$ mμ) que pour le métal massif (∞ sur la figure); ceci est une confirmation de ce que la distribution des niveaux énergétiques ne doit pas changer avec l'épaisseur de la couche. D'autre part, on remarque aussi que σ_{ph} augmente plus rapidement avec λ décroissant que dans la courbe de Meier (*fig.* 2) pour le métal massif.

Nous croyons toujours qu'il est nécessaire de refaire des mesures avec des couches épaisses d'or, évaporées dans un bon vide (expériences analogues à celles de Lovell), depuis l'ultraviolet jusqu'à l'infrarouge, celles faites jusqu'à maintenant n'ont pas bénéficié de tous les soins indispensables. La différence de comportement optique qui semble exister entre le métal massif et les couches minces continues doit être confirmée, d'autant plus que le comportement des couches minces continues est plus conforme à la théorie générale du métal massif que celui du métal massif lui-même.

Pour les faibles épaisseurs ($d < 10$ mμ) les courbes de la figure 11 indiquent un comportement très différent, qui doit être toujours interprété par l'existence de grains indépendants.

Manuscrit reçu le 12 juillet 1945.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] *Ann. der Physik*, 1938, **32**, p. 537.
[2] *Proc. Roy. Soc.*, 1936, **157**, p. 311; 1938, **166**, p. 270; 1938, **172**, p. 530.
[3] *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 1901, **11**, p. 120.
[4] G. Haas, *Kolloid. Zeits.*, 1942, **100**, p. 230.
[5] Mott et Jones, *Th. of the properties of metals and alloys*; Oxford, 1936. — A. H. Wilson, *Th. of metals*, Cambridge, 1936.
[6] Mott et Jones, *loc. cit.*, p. 99.
[7] Mott et Jones, *loc. cit.*, p. 103.
[8] *Voir* dans V. Vleck, *Electric and magnetic susceptibilities*, Oxford, 1932, p. 225; une table pour $\varkappa = \frac{4\pi}{3} A\,\alpha$.
[9] Wilson, *loc. cit.*, p. 135.
[10] *Voir* une table dans Mott et Jones, *loc. cit.*, p. 318.
[11] *Proc. Roy. Soc.*, 1931, **133**, p. 255.
[12] *Ann. der Physik*, 1913, **40**, p. 201.
[13] Mott et Jones, *loc. cit.*, p. 315.
[14] Mott et Jones, *loc. cit.*, p. 111.
[15] Fujioka, *Zeits. f. Physik*, 1932, **76**, p. 537; *Sc. Pap. I. P. C. R.*, Tokyo, 1933, **22**, p. 202.
[16] *Proc. Roy. Soc.*, 1938, **172**, p. 530.
[17] P. Rouard, *Rev. d'Optique*, 1938, **17**, pp. 1, 61. — M. Perrot, *Ann. de Physique*, 1944, **19**, p. 150.
[18] P. Haringhnizen, D. A. Was, A. M. Krinthof, *Physica*, 1937, **4**, p. 695.
[19] *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 1938, **34**, p. 100.

Le Gérant : Maurice Blondin. 121836 Imp. Gauthier-Villars, 55, quai des Grands-Augustins, Paris. — 1945.